

**Mannheimer Manuskripte zu Risikotheorie,
Portfolio Management und Versicherungswirtschaft**

Nr. 144

**Langfristiger Sparplan versus Einmalanlage:
Probable Minimum Wealth und Shortfallrisiken**

Peter Albrecht, Ivica Dus,
Raimond Maurer und Ulla Ruckpaul

Mannheim 02/2003

**Langfristiger Sparplan versus Einmalanlage :
Probable Minimum Wealth und Shortfallrisiken**

Peter Albrecht, Ivica Dus,
Raimond Maurer und Ulla Ruckpaul

Einleitung

Die Diskussion darüber, ob es vorteilhafter ist, ein zu einem bestimmten Zeitpunkt vorhandenes Kapital gesamthaft anzulegen (Einmalanlage) oder über einen bestimmten Zeithorizont verteilt, in gleichmäßigen Abständen und Beträgen zu investieren (Cost-Averaging, Sparplan) und welche Vorteile ein Cost-Averaging unter Rendite/Risiko-Gesichtspunkten eigentlich genau beinhaltet bzw. ob solche Vorteile überhaupt bestehen, wird seit einiger Zeit - angestoßen vor allem durch den Beitrag von Rozeff (1994) mit der provokanten These „Those who hesitate, lose“ - intensiv geführt.¹

Ziel des vorliegenden Beitrags ist es nun, einige neue Aspekte in diese Diskussion einzubringen. Diese Aspekte berühren vor allem zwei Gesichtspunkte, den Value-at-Risk (im vorliegenden Kontext als Probable Minimum Wealth zu interpretieren), sowie Shortfallrisiken. Grundsätzlich gehen wir dabei - aufgrund der Bedeutung für die private Altersvorsorge - von langfristig angelegten Sparplänen aus.²

Strategiedefinition

Bei der Definition des Sparplans nehmen wir³ in dieser Ausarbeitung grundsätzlich an, dass der jeweils (noch) nicht in den Sparplan investierte Teil des anfänglichen Investmentbetrages in bar gehalten wird, d.h. keine zusätzliche Rendite abwirft. Diese Prämisse vereinfacht die Analyse insoweit, dass die Ergebnisse damit unabhängig von Opportunitätsrenditen (bzw. bei Fremdfinanzierung des anfänglichen Investmentbetrages unabhängig von Finanzierungskosten) sind. Des Weiteren gehen wir von einem inflationsbereinigten Basisinvestment für Sparplan und Einmalanlage aus⁴.

Grundsätzlich werden beim Cost-Averaging über einen fixierten vorgegebenen Zeithorizont in regelmäßigen Abständen (etwa: Monat, Jahr) jeweils (nominal) gleich hohe Beiträge investiert. Die Höhe dieser Beträge ändert sich somit mit der Länge des Zeithorizonts, d.h. für jeden fixierten Zeithorizont ergibt sich eine unterschiedliche Strategie, die zudem noch von der Höhe der Abstände der Investmentzeitpunkte abhängig ist. Im Rahmen der vorliegenden Ausarbeitung gehen wir dabei von einem regelmäßigen (vorschüssigen) Investment auf Jahresbasis aus.

Spezifikation der Kursdynamik

Generell gehen wir bei der Spezifikation der Dynamik der zufallsabhängigen Wertentwicklung der getätigten Investments von einer Variante der Random-Walk-Hypothese aus, indem wir unabhängig und normalverteilte kontinuierliche (reale) Jahresrenditen unterstellen. Dieser Ansatz ist konsistent mit dem finanzmathematischen Standard-Referenzmodell, der geometrischen Brownschen Bewegung (geometrischer Wiener-Prozess).⁵

Ferner gehen wir stets davon aus, dass die vorgenommenen Investments in den Deutschen Aktienindex (DAX) getätigt werden. Zur Gewinnung der Parameter der Verteilung der (kontinuierlichen) Jahresrenditen legen wir die inflationsadjustierte Entwicklung des DAX über den Zeitraum von 1972 – 2001 zugrunde. Die Parameter reale mittlere (kontinuierliche) Rendite und Renditestandardabweichung (Volatilität) nehmen über diesen Zeitraum die Werte 7,54% bzw. 23,52% an.

Erwartungswert/Varianz-Analyse

Die nachstehende Abbildung 1 vermittelt zunächst einen Eindruck von der mittleren Entwicklung des Endvermögens (nach Inflation) der beiden alternativen Investments über verschiedene Zeithorizonte.

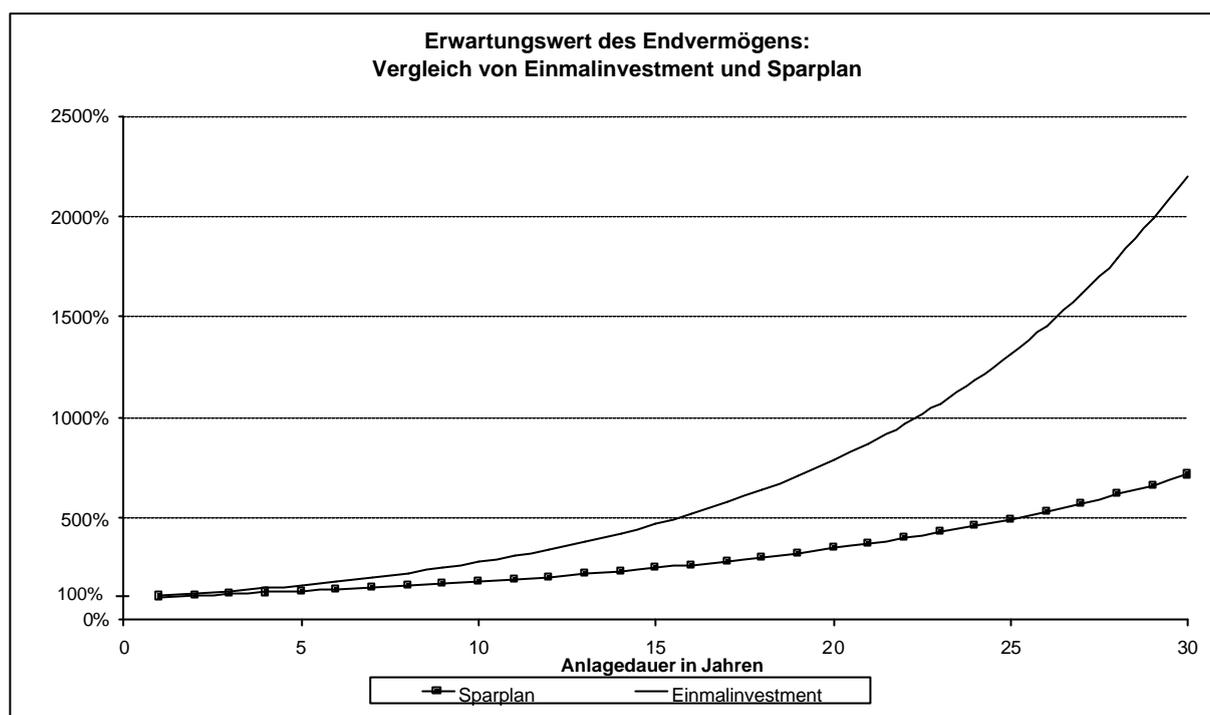


Abbildung 1: Einmalinvestment vs. Sparplan: Mittlerer Wert des Endvermögens

Es wird deutlich, dass das Einmalinvestment zu einem höheren mittleren Endvermögen führt, wobei die Differenz umso gravierender wird, je länger der Zeithorizont ist. Dieses Ergebnis ist systematisch, d.h. generell valide.⁶

Intuitiv liegt dieses Ergebnis begründet in der „positiven Drift“ der zugrunde liegenden stochastischen Dynamik, d.h. im Mittel erfolgt eine jährliche Renditesteigerung des investierten Kapitals von ca. 7,5%. Je mehr Kapital unter diesen Bedingungen investiv gebunden ist, desto besser ist (im Mittel) das Ergebnis. Die größere Kapitalbindung erfolgt beim Einmalinvestment, die Kapitalbindungsdifferenz ist dabei umso größer, je größer der Zeithorizont für das Cost-Averaging ist.

Nun ist bekannt, dass gerade mit zunehmendem Zeithorizont aufgrund der damit einhergehenden Zunahme der Schiefe der Endvermögensverteilung, der Erwartungswert immer weniger aussagekräftig hinsichtlich der „im Durchschnitt“ zu erwartenden Endvermögensposition wird. So weist unter den getroffenen Annahmen der Schiefekoeffizient für das Endvermögen bei einem Einmalinvestment bei einen Investitionszeitraum von 1, 10, 20 bzw. 30 Jahren entsprechende Werte von 0,73 / 3,21 / 7,15 / 14,97 auf. Bei einem Sparplan liegen die entsprechenden Werte bei 0,73 / 2,19 / 4,49 / 9,24. Insofern steigt die Rechtsschiefe des zufallsabhängigen Endvermögens sowohl beim Einmalinvestment als auch beim Sparplan mit zuneh-

mendem Investitionshorizont deutlich an. Allerdings fällt dieser Effekt beim Sparplan geringer aus als beim Einmalinvestment.

Hinsichtlich der Analyse einer mittleren Wertentwicklung ist daher der Median (50%-Quantil), d.h. diejenige Position, oberhalb und unterhalb derer jeweils die Hälfte der Wahrscheinlichkeitsmasse liegt, vorzuziehen.⁷ Zur Vervollständigung des Bildes enthält daher Abbildung 2 die Entwicklung des Medians der beiden Strategiealternativen.

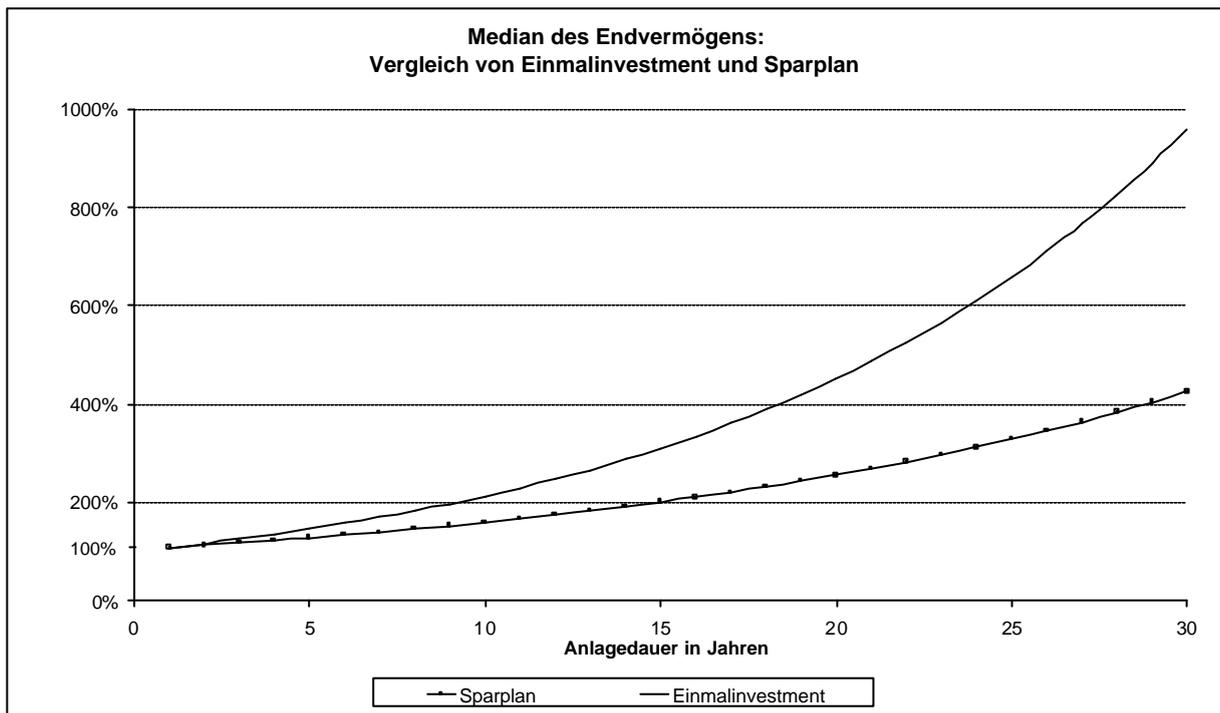


Abbildung 2: Median des Endvermögens

Es wird deutlich, dass hinsichtlich des Medians grundsätzlich die gleichen Aussagen wie beim Erwartungswert gelten, die Differenz des mittleren (realen) Endvermögens aber (deutlich) geringer ausfällt.

Abbildung 3 stellt schließlich entsprechend die Entwicklung der Volatilität (Standardabweichung) des Endvermögens der beiden alternativen Investments dar.

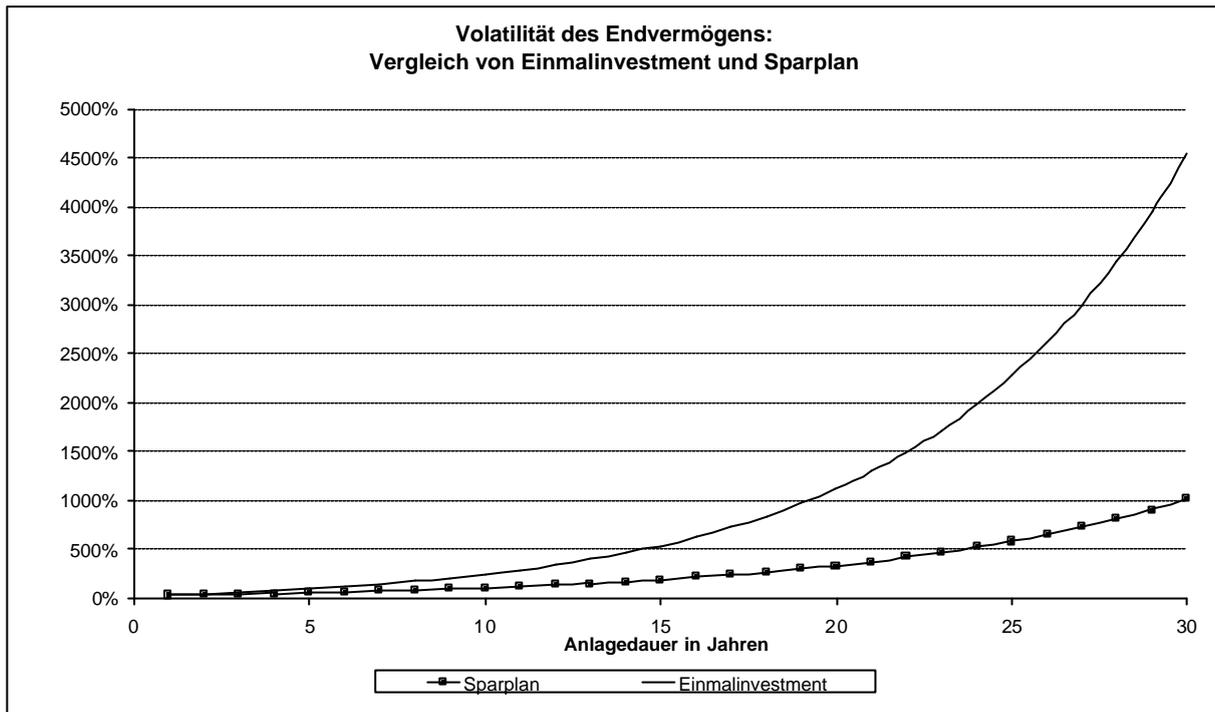


Abbildung 3: Volatilität des Endvermögens

Es wird deutlich, dass das Einmalinvestment eine höhere Volatilität (und damit auch eine höhere Varianz) des Endvermögens besitzt als der Sparplan. Auch dieses Resultat ist generell valide.⁸

Zusammengenommen bedeuten die beiden vorstehenden Resultate, dass hinsichtlich des Markowitzschen Erwartungswert/Varianz-Kriteriums⁹ keine Dominanz einer der beiden Strategien vorliegt. Der Sparplan beinhaltet im Vergleich zum Einmalinvestment sowohl einen niedrigeren Erwartungswert des Endvermögens als auch ein geringeres Risiko, gemessen anhand der Standardabweichung des Endvermögens.

Es stellt sich nun die weitergehende Frage, wie die beiden Investmentalternativen abschneiden, wenn ein Trade-off zwischen eingegangenem Risiko und resultierender mittlerer Rendite durchgeführt wird. Nach der These von Samuelson (1994) sollte unter einer risikoadjustierten Perspektive dann keine der beiden Investmentalternativen eine Überlegenheit aufweisen. Grundlage für eine entsprechende Analyse wäre die Spezifikation eines risikoadjustierten Performancemaßes.¹⁰ Hierfür stehen mehrere Möglichkeiten zur Verfügung (z.B. Sharpe-Ratio, Modigliani/Modigliani-Ansatz¹¹) und es steht zu vermuten, dass die Antwort von der eingesetzten Konzeption zur Messung einer risikoadjustierten Rendite abhängig ist. Im Fol-

genden konzentrieren wir uns dabei auf den Value-at-Risk als Maß für die risikoadjustierte Performance.

Der Value-at-Risk als Probable Minimum Wealth (PMW)

Der Value-at-Risk zum Konfidenzniveau α ist allgemein¹² derjenige Wert, der maximal mit Wahrscheinlichkeit $\alpha\%$, d.h. vereinfacht gesagt nur in maximal 100α von 100 Perioden unterschritten wird. Im vorliegenden Kontext kennzeichnet der Value-at-Risk den $100(1-\alpha)\%$ -Probable Minimum Wealth (PMW), d.h. ein Endvermögensniveau, das in $100(1-\alpha)\%$ der Fälle mindestens erreicht wird, bzw. in $100\alpha\%$ der Fälle unterschritten wird.

Wir gehen nun im Weiteren von der Interpretation¹³ aus, dass der Value-at-Risk als ein spezifisches risikoadjustiertes Performancemaß aufgefasst werden kann, insoweit bei seiner Bestimmung ein spezifischer Trade-off zwischen „Risiko“ und „(mittlerer) Rendite“ durchgeführt wird.

Die folgenden Abbildungen enthalten den Verlauf des Value-at-Risk bzw. des Probable Minimum Wealth des Endvermögens jeweils unter den beiden betrachteten alternativen Investmentstrategien, jeweils für ein Konfidenzniveau von 10%, 5% und 1%.

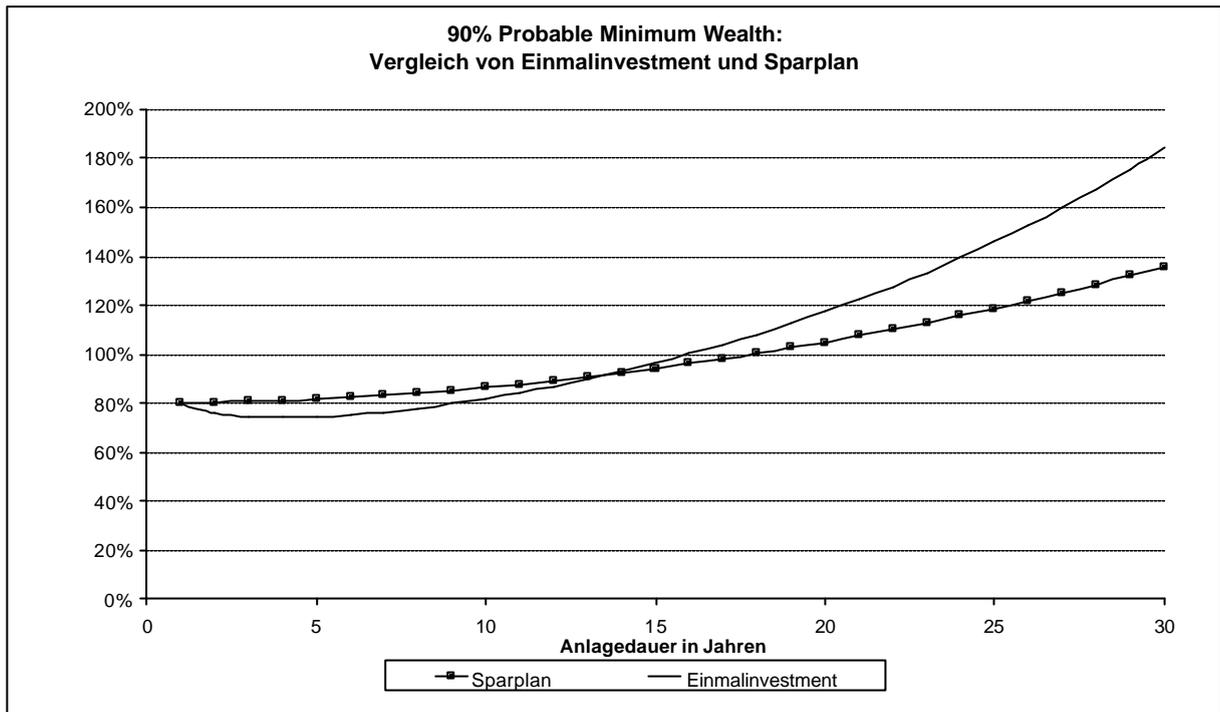


Abbildung 4: 90% Probable Minimum Wealth

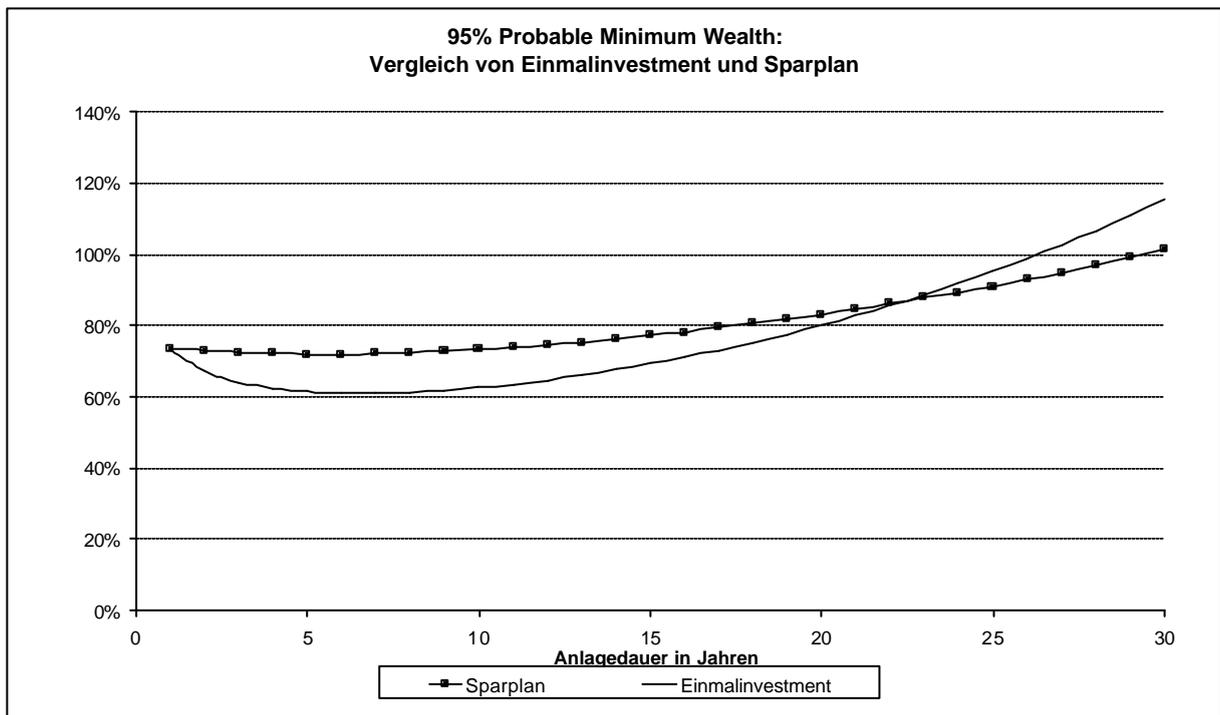


Abbildung 5: 95% Probable Minimum Wealth

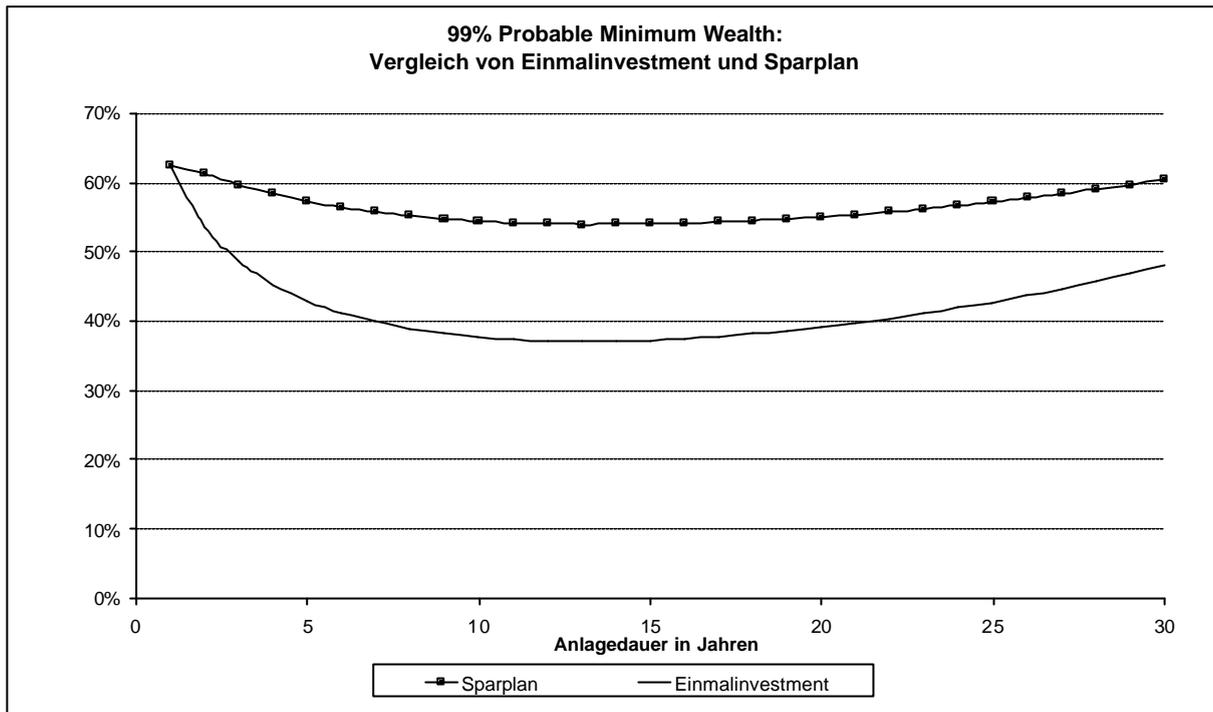


Abbildung 6: 99% Probable Minimum Wealth

Es zeigt sich damit, dass die Cost-Average Strategie generell in einer „Startphase“ einen höheren Probable Minimum Wealth impliziert und damit in dieser Startphase aus risikoadjustierter Sicht¹⁴ der Einmalanlage überlegen ist. Die Länge dieser Startphase hängt dabei entscheidend von dem tolerierten Risikoniveau ab. Je risikoaverser der Investor, desto länger hält die risikoadjustierte Überlegenheit des Sparplans an. Bei Wahl eines Konfidenzniveaus in Höhe von 1% ist die Überlegenheit - wie in Abbildung 6 ersichtlich - für mehr als dreißig Jahre gegeben.

Shortfallrisiken

Abschließend sollen die alternativen Strategien „Einmalinvestment“ und „Cost-Average“ noch unter dem Blickwinkel von Risikomaßen des Shortfall-Typus betrachtet werden. Generell quantifizieren Shortfallrisikomaße Risiko als die Gefahr der Unterschreitung einer (vorzuziehenden) Targetgröße.¹⁵ Im Folgenden wählen wir diese Targetgröße als den anfänglichen Investmentbetrag (Targetrendite = 0%), d.h. gehen von dem Ziel einer realen Kapitalerhaltung aus.

Als einfachstes Shortfallrisikomaß wird zunächst die Shortfallwahrscheinlichkeit, d.h. die Wahrscheinlichkeit der Verfehlung der spezifischen Target-Größe, betrachtet. Neben der Wahrscheinlichkeit für einen Shortfall ist auch die mittlere Höhe eines Shortfalls relativ zur Benchmark von Relevanz, d.h. es wird der Shortfallerwartungswert bestimmt. Darüber hinaus wird der sog. Mittlere Verlust im Verlustfall (Mean Excess Loss) betrachtet. Dieser misst die mittlere Shortfallhöhe unter der Bedingung, dass ein Shortfall eintritt. Im Unterschied zum Shortfallerwartungswert wird hierbei nicht die mittlere Unterschreitung der Benchmark (reale Kapitalerhaltung) über alle künftigen Realisationen betrachtet, sondern nur über diejenigen, die zu einer Verfehlung der Benchmark führen. Der Mean Excess Loss kann intuitiv als Worst Case-Risikomaß apostrophiert werden, denn er misst nur die Konsequenzen (mittlere Benchmarkunterschreitung) für die Fälle, in denen der Worst Case (hier: Benchmarkverfehlung) eintritt. Ein fundamentaler Zusammenhang zwischen den vorstehenden Risikomaßen besteht darin, dass der Shortfallerwartungswert das Produkt aus Shortfallwahrscheinlichkeit und Mean Excess Loss ist.¹⁶

Die folgende Abbildung 7 vermitteln zunächst einen Eindruck von der Entwicklung der Shortfallwahrscheinlichkeit - hier der Wahrscheinlichkeit der Verfehlung einer realen Kapitalerhaltung - im Zeitablauf.

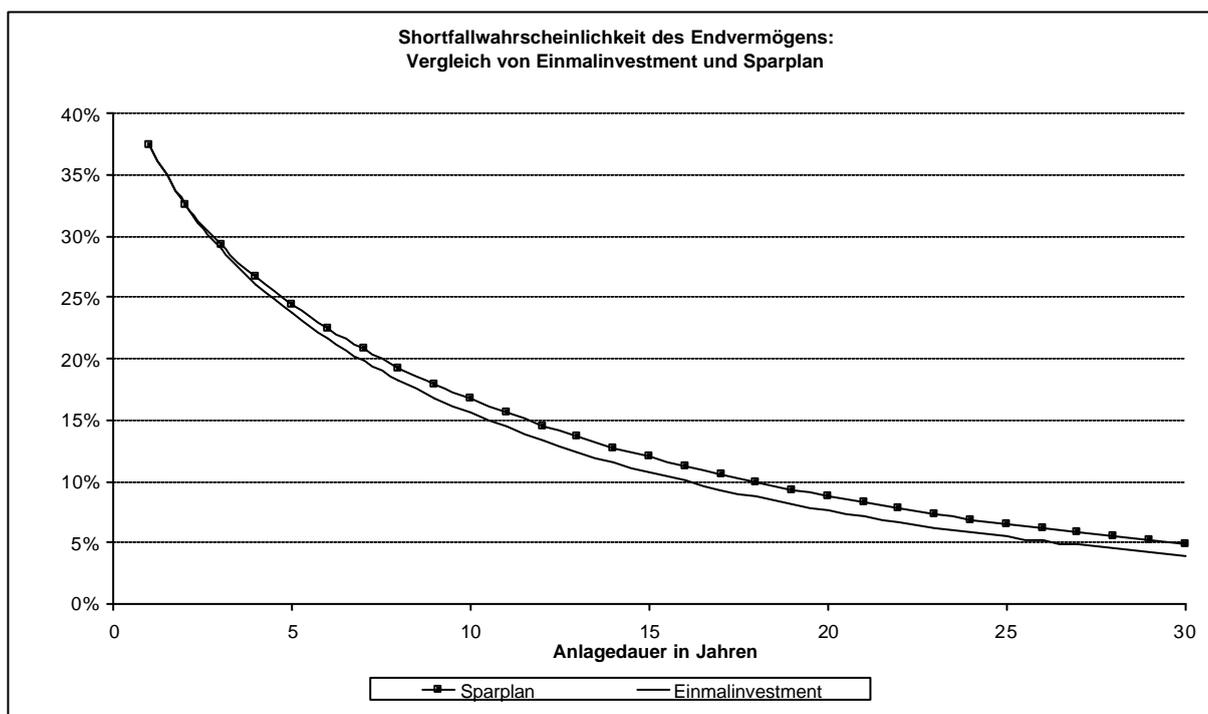


Abbildung 7: Shortfallwahrscheinlichkeit: (Reale) Target-Verzinsung 0%

Es wird deutlich, dass das Einmalinvestment nicht nur hinsichtlich der mittleren Wertentwicklung, sondern auch hinsichtlich der Wahrscheinlichkeit der Verfehlung einer realen Kapitalerhaltung dem Sparplan überlegen ist. Es weist damit (nur) in diesem Sinne ein geringeres Risiko auf. Intuitiv liegt dies wiederum begründet in dem „Drifteffekt“, der schon bei der mittleren Wertentwicklung für die Überlegenheit des Einmalinvestments ausschlaggebend war. Auch hinsichtlich der Vorgabe eines Target-Endvermögens führt dieser Effekt dazu, dass beim Einmalinvestment weniger Realisationen die Benchmark verfehlen. Das Ausmaß der Wirkung des Drifteffektes ist aber deutlich weniger stark ausgeprägt als im Falle der mittleren Wertentwicklung. Die Shortfallwahrscheinlichkeiten beim Einmalinvestment sind nur geringfügig geringer als beim Sparplan.

Wenden wir uns nun dem Mittleren Verlust im Verlustfall (Mean Excess Loss) zu. Die entsprechende Situation wird in Abbildung 8 dargestellt.

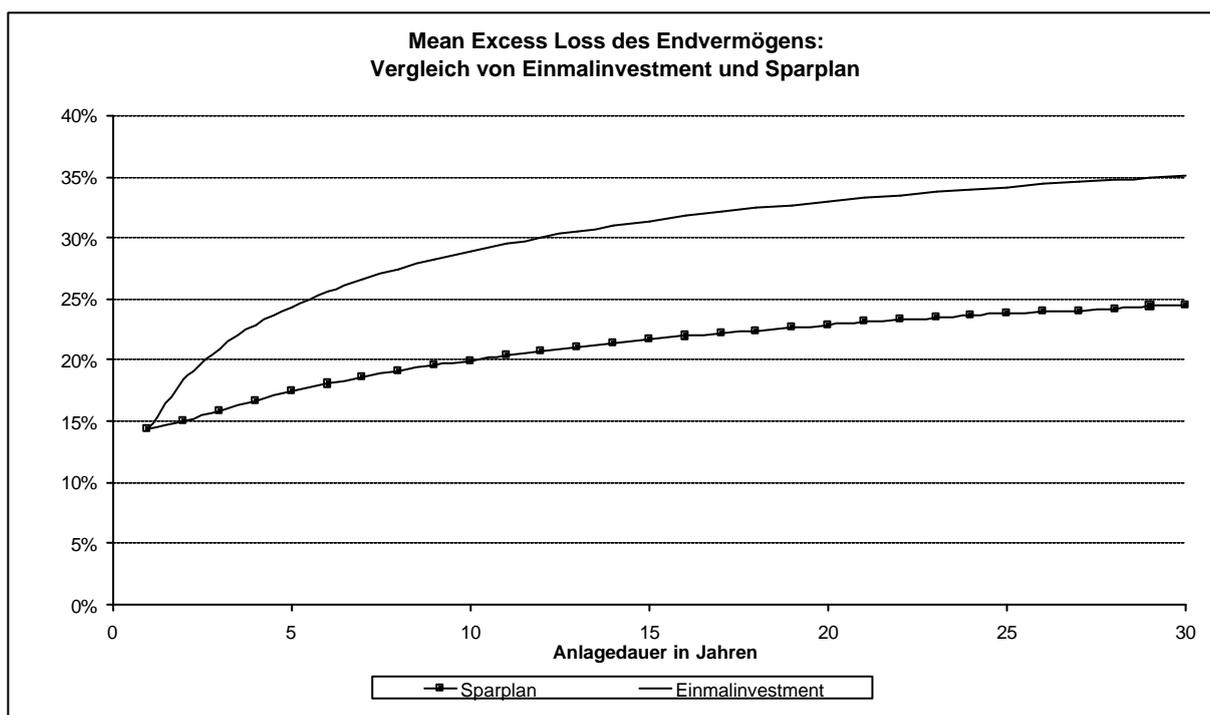


Abbildung 8: Mean Excess Loss: (Reale) Target-Verzinsung 0%

Abbildung 8 macht deutlich, dass die festgestellte Überlegenheit eines Einmalinvestments hinsichtlich der Shortfallwahrscheinlichkeit ins Gegenteil umschlägt, wenn man sich auf diejenigen Realisationen beschränkt, die zu einer Verfehlung der Benchmark einer realen Kapitalerhaltung führen. Die mittlere Unterschreitung der Benchmark ist dann beim Sparplan deutlich geringer als beim Einmalinvestment. Der Sparplan wirkt als „Risikodämpfer“, er schützt

besser im Falle von Worst Case-Ereignissen (hier: Verfehlung der realen Kapitalerhaltung). Je länger der Investmenthorizont, desto besser die Risikodämpfung durch den Sparplan, relativ zum Einmalinvestment.

Wenden wir uns abschließend dem Verlauf des Shortfallerwartungswertes der beiden alternativen Strategien bei Vorgabe einer realen Target-Verzinsung von 0% zu.

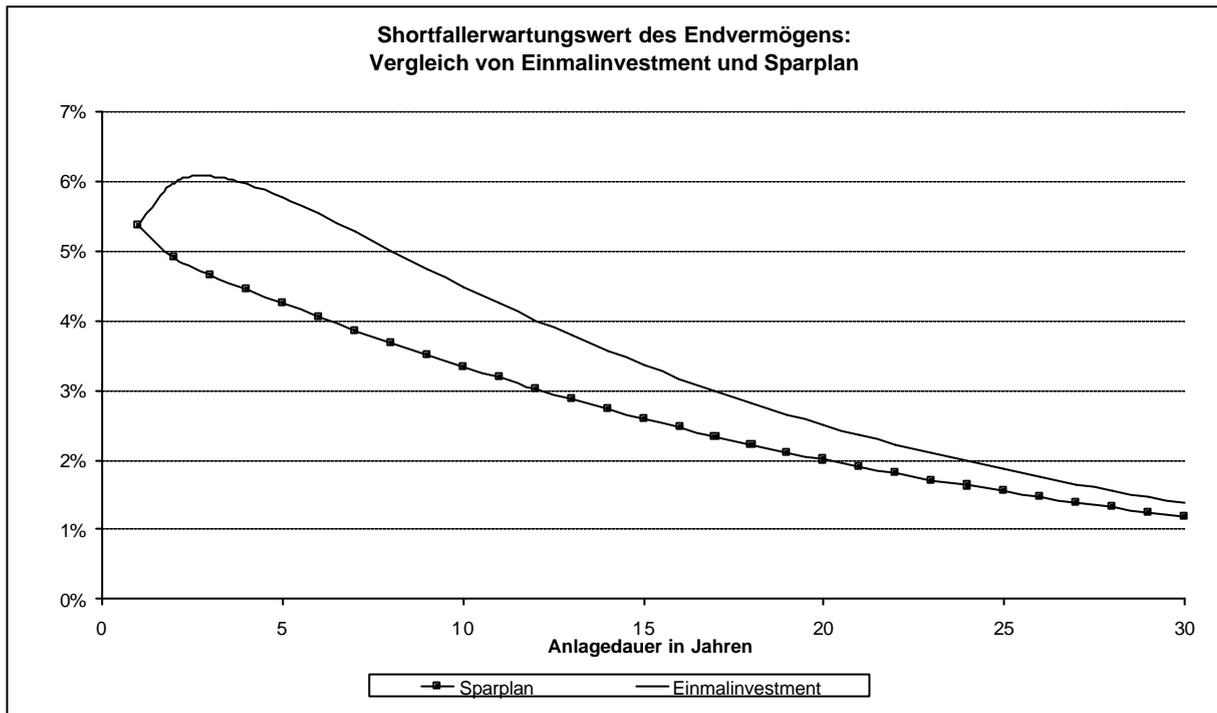


Abbildung 9: Shortfallerwartungswert: (Reale) Target-Verzinsung 0%

Der Shortfallerwartungswert ist das Produkt aus Shortfallwahrscheinlichkeit und Mean Excess Loss. Im Saldo wirkt die deutlich bessere Risikodämpfung beim Sparplan hinsichtlich des Mean Excess Loss offenbar stärker als die geringfügig niedrigere Shortfallwahrscheinlichkeit beim Einmalinvestment. Dies führt zu einer geringeren mittleren Benchmarkunterschreitung im Falle des Sparplans bei einer Mittlung über alle künftigen Renditerealisierungen.

5. Fazit und Ausblick

Unter den getroffenen Hypothesen eines Random-Walk für die künftigen Renditerealisierungen, eines inflationsbereinigten Basisinvestments sowie bei Annahme eines Anlagezinses in

Höhe von null Prozent für die jeweils nicht investiv gebundenen Vermögensteile beim Sparplan können die folgenden Ergebnisse resümiert werden:

- Das Einmalinvestment ist systematisch überlegen hinsichtlich der mittleren Wertentwicklung. Dieser Vorteil steigt generell mit der Länge des Investmenthorizonts.
- Der Sparplan ist hingegen systematisch überlegen hinsichtlich der Standardabweichung des Endvermögens.
- Hinsichtlich des Erwartungswert/Varianz-Kriteriums besteht somit keine Dominanz einer der beiden Investmentalternativen über die andere.
- Hinsichtlich des Probable Minimum Wealth (hier interpretiert als risikoadjustiertes Performancemaß) besteht in einer Startphase eine Überlegenheit des Sparplans. Diese Startphase ist umso länger, je höher das gewählte Konfidenzniveau ist.

Hinsichtlich des Shortfallrisikos werden die folgenden Ergebnisse erzielt:

- Das Einmalinvestment weist geringfügig geringere Wahrscheinlichkeiten für die Verfehlung einer realen Kapitalerhaltung auf.
- Der Sparplan ist ein besserer Dämpfer hinsichtlich der Risikohöhe im Sinne des Risikomaßes Mean Excess Loss. Gemessen wird dabei die mittlere Verfehlung der realen Kapitalerhaltung in den Szenarien, in denen eine solche Verfehlung eintritt.

Die Vorteilhaftigkeit der beiden alternativen Investmentstrategien ist somit differenziert zu sehen. Sowohl These (Überlegenheit des Sparplans) als auch Gegenthese (Überlegenheit des Einmalinvestments) sind nicht generell valide.

Zur Bestimmung eines „Saldoeffektes“ über die hinsichtlich des Shortfallrisikos gewonnenen Teileffekte müsste der Investor sowohl Trade-offs zwischen Shortfallwahrscheinlichkeit und Mean Excess Loss als Teilrisikomaße, als auch mit dem Erwartungswert als Chancenmaß durchführen, um zu einer persönlich optimalen Entscheidung hinsichtlich Einmalinvestment versus Sparplan zu gelangen. Das Ergebnis hängt entscheidend vom jeweiligen Ausmaß dieser beiden Trade-offs ab. Im vorliegenden Beitrag beschränken wir uns jedoch auf die Offenlegung der Teileffekte, die beim Einmalinvestment bzw. Sparplan wirksam sind.

Weitere Analyseschritte werden sich auf den Einfluss des Ausmaßes der Volatilität, auf den Übergang auf monatliche Investmentbeträge, auf die Effekte eines Ausgabeaufschlags bei Investmentfonds sowie auf die Konsequenzen eines Mean Reversion-Effektes beziehen.

Literatur

- Albrecht, P. (2002): Die Kapitalanlageperformance der Lebensversicherer im Vergleich, Versicherungswirtschaft 19/2002, 1474 - 1477.
- Albrecht, P. (2003): Zur Messung von Finanzrisiken, Mannheimer Manuskripte zu Risikotheorie, Portfolio Management und Versicherungswirtschaft, Nr. 143, Universität Mannheim [Download: www.bwl.uni-mannheim.de/Albrecht; dort unter: Forschung/Schriftenreihen/Mannheimer Manuskripte].
- Albrecht, P., R. Maurer (2002): Investment- und Risikomanagement, Stuttgart.
- Albrecht, P., R. Maurer, U. Ruckpaul (2001): Shortfall-Risks of Stocks in the Long Run, Financial Markets and Portfolio Management 15, 481 - 499.
- Albrecht, P., I. Dus, R. Maurer, U. Ruckpaul (2002): Cost Average-Effekt: Fakt oder Mythos? Mannheimer Manuskript zu Risikotheorie, Portfolio Management und Versicherungswirtschaft, Nr. 140; Universität Mannheim [Download: www.bwl.uni-mannheim.de/Albrecht; dort unter: Forschung/Schriftenreihen/Mannheimer Manuskripte].
- Ebertz, T., B. Scherer (1998a): Cost-Averaging - Fakt oder Fiktion?, Die Bank 2/1998, 84 - 87.
- Ebertz, T., B. Scherer (1998b): Cost-Averaging versus Einmalanlage, Die Bank 7/1998, 448.
- Ebertz, T., B. Scherer (2002): Cost-Averaging: An Expensive Strategy for Maximising Terminal Wealth, Discussion Paper, Frankfurt/Main.
- Langer, T., N. Nauhauser (2002): Zur Bedeutung von Cost-Averaging-Effekten bei Einzahlungsplänen und Portfeuilleumschichtungen, Working Paper No. 02-50, SFB 504, Universität Mannheim.
- Maurer, R., C. Schlag (2001): Investmentfonds-Ansparpläne: Erwartetes Versorgungsniveau und Shortfall-Risiken, Der Langfristige Kredit 12/2001, 440 - 445.
- Modigliani, F., L. Modigliani (1997): Risk-Adjusted Performance, Journal of Portfolio Management, Winter 1997, 45 - 54.
- Reichling, P., M. Schulmerich (1998): Der Cost-Average-Effekt, Solutions 04/98, Risk Lab Germany, München.
- Rozeff, M.S. (1994): Lump-Sum Investing Versus Dollar-Averaging, Those who hesitate, lose, Journal of Portfolio Management, Winter 1994, 45 - 50.
- Samuelson, P.A. (1994): The Long-Term Case for Equities, Journal of Portfolio Management, Fall 1994, 15 - 24.
- Stephan, T.G., K. Telöken (1997): Sparplan versus Einmalanlage: Der Cost-Average-Effekt, Die Bank 10/1997, 696 - 619.

Stephan, T.G., K. Telöken (1998): Cost Averaging versus Einmalanlage, Die Bank 5/1998, 321.

-
- ¹ Vgl. auch die Beiträge Ebertz/Scherer (1997a,b) und Stephan/Telöken (1997, 1998). Einen wohlstrukturierten Überblick über diese Diskussion findet der interessierte Leser in dem Beitrag Langer/Neuhauser (2002). Aktuell vgl. zudem Ebertz/Scherer (2002).
- ² In der Literatur werden dagegen überwiegend Cost Averaging-Strategien über eher kurzfristige Zeithorizonte (in der Regel 12 Monate) betrachtet. Eine Ausnahme bilden etwa Reichling/Schulmerich (1998) sowie Stephan/Telöken (1997).
- ³ Hierbei folgen wir der Vorgehensweise von Rozeff (1994).
- ⁴ Vergleichbare Resultate ergeben sich somit unter den Annahmen, dass das beim Sparplan noch nicht gebundene Kapital zur durchschnittlichen Inflationsrate investiert wird, das Basisinvestment nicht inflationsbereinigt wird sowie - im Falle der Shortfallanalysen - die Zielrendite in Höhe der durchschnittlichen Inflationsrate gewählt wird.
- ⁵ Vgl. allgemein Albrecht/Maurer (2002), S. 148 ff.
- ⁶ Für den hier betrachteten Fall des geometrischen Wiener-Prozesses vgl. Albrecht et.al. (2002), Anhang B, für einen beliebigen (multiplikativen) Random Walk vgl. Reichling/Schulmerich (1998).
- ⁷ Zur formalen Definition vgl. etwa Albrecht/Maurer (2002), S. 91.
- ⁸ Für den Fall der geometrischen Brownschen Bewegung vgl. wiederum Albrecht et al. (2002, Anhang B), für den allgemeinen (multiplikativen) Random Walk-Fall vgl. Reichling/Schulmerich (1998).
- ⁹ Vgl. allgemein Albrecht/Maurer (2002) S. 171f.
- ¹⁰ Samuelson (1994), S. 16 trifft die folgende Aussage: „Dollar-averaging gives many folk the comfort to get into stocks. Bully for them: this denies not at all the truth that dollar-averaging cannot improve risk-corrected performance.“
- ¹¹ Vgl. Modigliani/Modigliani (1997).
- ¹² Vgl. allgemein Albrecht/Maurer (2002), S. 115 ff. sowie S. 673 ff.
- ¹³ Vgl. zu dieser Interpretation Albrecht (2003), S.9 und S.30, sowie für einen Anwendungsfall Albrecht (2002). Im Falle des Vorliegens einer Normalverteilung wird dabei der im Haupttext angesprochene Trade-off zwischen Risiko und mittlerer Rendite besonders deutlich, da hier der VaR explizit als „Erwartungswert minus Vielfaches der Standardabweichung“ bestimmt werden kann, vgl. etwa Albrecht/Maurer (2002), S. 674ff. Im allgemeinen Fall erfolgt der entsprechende Trade-off implizit. Bei vielen Anwendungen in der Literatur wird dagegen der VaR als reines Risikomaß verstanden. Dies liegt darin begründet, dass der Erwartungswert hierbei approximativ gleich null gesetzt wird (z.B. in Fällen, in denen die mittlere Rendite eines Finanzmarktittels über einen sehr kurzen Zeithorizont betrachtet wird).
- ¹⁴ Zumindest bei Zugrundelegung des Value-at-Risk als riskoadjustiertes Performancemaß.
- ¹⁵ Vgl. allgemein Albrecht/Maurer (2002), S. 108 ff. Für Anwendungen der in dieser Arbeit betrachteten Shortfall-Risikomaße im Investmentkontext vgl. Albrecht/Maurer/Ruckpaul (2001) und Maurer/Schlag (2001).
- ¹⁶ Weitere technische Details findet man in Albrecht et al. (2002), Anhang A.