

Hi etherial. Jetzt wird es interessant.

Ok, lassen wir Unternehmensfinanzierung erstmal weg. Ich sehe zwar gewisse Analogien. Und Fremdkapital aufzunehmen lohnt sich nicht nur wegen tax shield. Aber das ist ein anderes Thema.

Ich kann bisher noch nicht nachvollziehen, dass ich was falsch verstanden habe. Aber find ich gut, wenn wir mathematisch argumentieren. Bemühen wir also ein bisschen exakte Mathematik.

Ich schau mir also in Markowitzcher Weise ein Depot an, was zu bestimmten Teilen aus DAX ETF und zu bestimmten Teilen aus LevDAX ETF besteht. Dann kann man die Frage beantworten, ob sich eine Kombi aus DAX und LevDAX lohnt und ob es sich lohnt, den LevDAX nachzubauen.

1. Laut Deutscher Börse gilt:

LevDAX wird wie folgt berechnet:

$$\text{LevDAX}_t = \underbrace{\text{LevDAX}_T \cdot \left(2 \cdot \frac{\text{DAX}_t}{\text{DAX}_T} - 1 \right)}_{\text{LEVERAGE TERM}} - \underbrace{\text{LevDAX}_T \cdot \left(\frac{\text{EONIA}}{360} \right) \cdot d}_{\text{FINANCING TERM}}$$

Der Hebel („Leverage Term“) beschreibt die Auswirkung einer Veränderung von DAX[®] auf LevDAX[®].

Mit der Finanzierungsrate („Financing Term“) werden die Kosten abgebildet, die bei Aufnahme von Kapital und Reinvestition in das DAX[®]-Portfolio entstehen.

mit:

DAX = DAX[®] Performance-Index

EONIA = Overnight interest rate

t = Zeitpunkt der Berechnung

T = letzter Handelstag vor dem Zeitpunkt t

d = Anzahl der Kalendertage zwischen Zeitpunkten t und T

Ich ignoriere im Folgenden den „Fallschirm“ bei $\text{DAX}_t < \text{DAX}_T \cdot 0.75$, gehe also zunächst von einer „normalen“ Marktsituation aus.

2. EONIA/360 * d nenne ich Kapitalkosten, KC(t). Der Einfachheit halber nehme ich einen konstanten EOINA an, also EOINA (t)= EONIA, und ignoriere Ruhetage an der Börse, setze also T=t-1. Somit gilt KC(t)= KC.

Um die Portfoliozusammenstellung korrekt abbilden zu können, ermittle ich die nötigen statistischen Momente (sorry, LateX spinnt und Formeleditor auch, daher die Formeln nur in unschöner Schreibweise. Ich spar mir auch hier die Herleitung reinzuschreiben, hat schon auf dem Papier lang genug gedauert :-D)

- a. Rendite vom DAX lautet:

$$R(\text{DAX},t)=\text{DAX}(t)/\text{DAX}(t-1) - 1.$$
- b. Aus Formel unter 1. und Formel von 2.a) folgt für die Rendite vom LevDAX:

$$R(\text{LevDAX},t)= 2 * \text{Rendite}(\text{DAX},t) - \text{KC}(t).$$
- c. Für die erwartete Rendite Re vom LevDAX gilt somit:

$$Re(\text{LevDAX})=2 * Re(\text{DAX}) - \text{KC}.$$
- d. Für die Volatilität vom LevDAX gilt:

$$\text{Vola}(\text{LevDAX})=2 * \text{Vola}(\text{DAX}).$$
- e. Die Kovarianz beträgt:

$$\text{Kov}(\text{DAX},\text{LevDAX})=2 * \text{Vola}(\text{DAX})^2.$$
- f. Die erwartete Rendite eines Depot gemischt aus DAX und LevDAX lautet also
 (mit $\text{Lambda}_{\text{DAX}} = 1 - \text{Lambda}_{\text{LevDAX}}$)

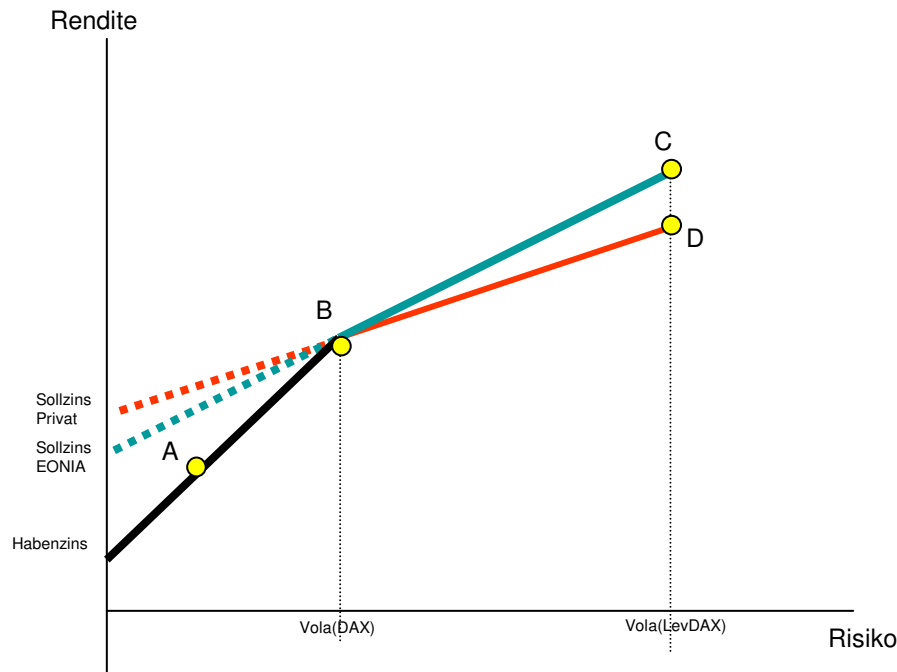
$$Re(\text{Depot})=Re(\text{DAX}) * (\text{Lambda}_{\text{DAX}} + 2 * \text{Lambda}_{\text{LevDAX}}) - \text{KC} * \text{Lambda}_{\text{LevDAX}}$$
- g. Die erwartete Volatilität des gemischten Depots beträgt

$$\text{Vola}(\text{Depot})=\text{Vola}(\text{DAX}) * (\text{Lambda}_{\text{DAX}} + 2 * \text{Lambda}_{\text{LevDAX}})$$
- h. Setzt man die Gleichungen aus f. und g. ineinander ein und eliminiert die Lambdas, erhält man die Gleichung für optimale Portfoliokombinationen:

$$Re(\text{Depot})=(Re(\text{DAX})-\text{KC})/\text{Vola}(\text{DAX}) * \text{Vola}(\text{Depot}) + \text{KC}.$$

Dabei gelten die Grenzen bei 100% DAX und 100% LevDAX.

Letzte Gleichung offenbart so ziemlich alles. Man erkennt, dass die Menge der optimalen Portfoliokombinationen linear ist. Der Faktor vor der „x-Variablen“ $\text{Vola}(\text{Depot})$ ist das Sharpe-Ratio vom DAX. Im Risiko-Rendite-Diagramm erhält man also keine „gebogene Menge“. Das liegt daran, dass DAX und LevDAX die Korrelation 1 haben. Der virtuelle Schnittpunkt der optimalen Menge mit der Rendite-Achse liegt bei KC. Das muss so sein, denn die Mischung aus DAX und LevDAX ist der Sonderfall eines Portfolios mit nur einem Asset (DAX), welcher über Kredit gehebelt wird. Die Kreditlinie und die Menge der optimalen Portfolios sind identisch. Siehe untenstehende Grafik.



B wäre 100% DAX, C 100% LevDAX. A wäre 50% Geldmarkt und 50% DAX.

Welcher Punkt ist Optimal? Du hast bisher behauptet, nur ein Punkt der links von inklusive B liegt, kann optimal sein. Dein Argument, weil jeder irgendwo Geld im sicheren Bereich zu liegen hat, man sich nur links von Punkt B befinden kann, ist ein interessanter Punkt. Aber in meinen Augen kann Geld, was zu Liquiditätssicherung und zum täglichen Zahlungsverkehr genutzt wird, nicht bei der Portfoliozusammenstellung berücksichtigt werden. Alle Menschen, die irgendwie einen Kredit haben, wären demzufolge irrational. Bzw. dürften sie keine liquiden Mittel mehr haben.

Meiner Meinung nach musst du Geld, welches für den Alltag gedacht ist und nicht für die Anlage, ausblenden. Somit kann je nach Präferenz das Optimale Portfolio auch zwischen B und C liegen.

Und mein Argument ist nun, dass es günstiger sein kann, in den LevDAX zu investieren als den LevDAX nachzubauen. Wobei dein Vorschlag, den LevDAX nachzubauen, indem man von Punkt A zu Punkt B geht, eben nicht stimmen kann. So baust du keinen LevDAX nach. Du baust ihn nach, indem du den Hebel durch einen Privatkredit finanzierst. Da du aber schlechtere Konditionen als die Societe Generale bekommst, dein Zins also über dem EONIA liegt, wechselst du von der grünen auf die rote Linie. Und verschlechterst dich somit. Bei den Formeln siehst du es. Bei g. erhöht sich KC und die erwartete Rendite des Depots sinkt (ausser für $\lambda_{LevDAX} = 0$)

Ich habs mal für folgende Werte (Zeitraum 01.10.06-30.09.07) mit Excel gerechnet:

	DAX	Lyxor LevDAX
Rendite (%) pa	34,60	70,46
Rendite (%) tgl	0,0826	0,1483
Volatilität (%)	11,60	23,38

Darauf folgt bei einem EONIA =3,673 und PrivatZins=8% eine Kovarianz von DAX zu LevDAX von 269,12.

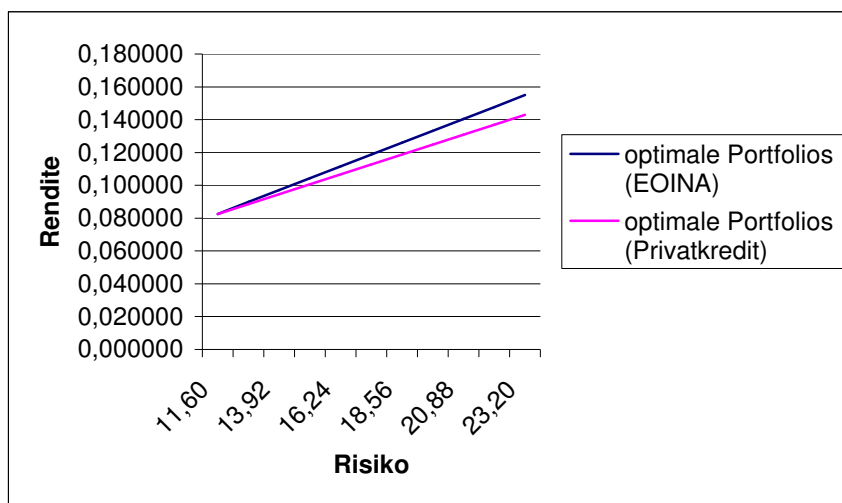
Und folgende Rendite und Volatilitätswerte für unterschiedliche Kombis von DAX und LevDAX, einmal mit Kapitalkosten EOINA/360 und einmal mit PrivatZins/360 gerechnet: für EOINA

Lambda DAX	Lambda Lev	Rendite Depot		Volatilität Depot	
		Empirisch	Berechnet	Empirisch	Berechnet
1	0	0,082572	0,082572	11,60	11,60
0,9	0,1	0,089141	0,089809	12,76	12,76
0,8	0,2	0,095709	0,097046	13,93	13,92
0,7	0,3	0,102278	0,104283	15,10	15,08
0,6	0,4	0,108846	0,111520	16,28	16,24
0,5	0,5	0,115415	0,118757	17,46	17,40
0,4	0,6	0,121983	0,125994	18,64	18,56
0,3	0,7	0,128552	0,133231	19,82	19,72
0,2	0,8	0,135120	0,140468	21,01	20,88
0,1	0,9	0,141689	0,147705	22,19	22,04
0	1	0,148257	0,154942	23,38	23,20

für PrivatZins

Lambda DAX	Lambda Lev	Rendite	Vola
		Berechnet	Berechnet
1	0	0,082572	11,60
0,9	0,1	0,088607	12,76
0,8	0,2	0,094642	13,92
0,7	0,3	0,100677	15,08
0,6	0,4	0,106712	16,24
0,5	0,5	0,112747	17,40
0,4	0,6	0,118782	18,56
0,3	0,7	0,124817	19,72
0,2	0,8	0,130852	20,88
0,1	0,9	0,136887	22,04
0	1	0,142922	23,20

Und zu guter letzt das Diagramm:



Und Voila, es sieht genauso aus, wie es aussehen soll.

Was in meinen Augen jetzt noch interessant wäre, wäre den Fallschirm Effekt zu berücksichtigen...