

Leitfaden zu den Volatilitätsindizes der Deutschen Börse

Version 2.4

Januar 2007

Allgemeine Information

Um die hohe Qualität der von der Deutsche Börse AG berechneten Indizes sicherzustellen, wird die Zusammenstellung und Berechnung der Indizes auf Basis des vorliegenden Leitfadens mit größtmöglicher Sorgfalt durchgeführt.

Die Deutsche Börse AG gewährleistet hingegen nicht die fehlerfreie Berechnung der Indizes sowie der sonstigen für die Zusammenstellung und Berechnung der Indizes erforderlichen Kennziffern entsprechend dem vorliegenden Leitfaden. Sie übernimmt keine Haftung für direkte oder indirekte Schäden, die aus einer fehlerhaften Berechnung der Indizes oder der sonstigen Kennziffern entstehen.

Entscheidungen über die Art und Weise der Berechnung trifft die Deutsche Börse AG nach bestem Wissen und Gewissen. Die Deutsche Börse AG haftet nicht für Schäden die aus den vorgenannten Entscheidungen entstehen.

Die Indizes der Deutsche Börse AG sind keine Empfehlung zur Kapitalanlage oder einem sonstigen Investment. Insbesondere ist mit der Zusammenstellung und Berechnung der Indizes keine Empfehlung der Deutsche Börse AG zum Kauf oder Verkauf einzelner oder in einem Index zusammengefasster Wertpapiere verbunden.

1	Schlüsselmerkmale	4
1.1	Konzept	4
1.1.1	Basis	4
1.1.2	Volatilitäts-Subindizes	5
1.1.3	VDAX und VDAX-NEW	5
1.2	Auswahl der Eingabedaten	5
1.3	Publikation	6
1.4	Historie	7
1.4.1	VDAX	7
1.4.2	VDAX-NEW	8
1.4.3	VDAX-NEW® Fixed Identifier Subindizes	8
1.5	Lizenzierung	9
2	VDAX®	10
2.1	Berechnungskonzept	10
2.2	Datengewinnung	12
2.3	Datenfilterung	12
2.4	Datenaufbereitung	13
2.5	Bestimmung der Forwards	14
2.5.1	Vorläufige Forwards	14
2.5.2	Endgültige Forwards	15
2.6	Berechnung der Volatilitäten einzelner Optionen	15
2.7	Bestimmung der Subindizes	15
2.8	Konstruktion des Volatilitätsindex	17
3	VDAX-NEW®	19
3.1	Berechnungskonzept	19
3.2	Datengewinnung	20
3.3	Datenfilterung	20
3.4	Datenaufbereitung	21
3.5	Beispielrechnung	22
3.5.1	Bestimmung der Forwards F_i und der Basispreise $K_{i,0}$	22
3.5.2	Bestimmung der Optionspreise $M(K_{i,j})$	23
3.5.3	Bestimmung der Subindizes	23
3.6	Konstruktion des Volatilitätsindex	24
3.7	Berechnung des Settlement-Index	24
4	Anhang	25
4.1	Stammdaten VDAX®	25
4.2	Stammdaten VDAX-NEW®	26
5	Der direkte Draht zur Deutschen Börse	27

1 Schlüsselmerkmale

1.1 Konzept

Volatilität ist ein Maß für die Unsicherheit an Märkten bzw. in einzelnen Basiswerten. Bei ihrer Bestimmung gibt es prinzipiell zwei verschiedene Ansätze. Man kann die historische Volatilität berechnen, bei der die Standardabweichung der Kurse eines bestimmten Wertpapiers über einen gegebenen Zeitraum gemessen wird, oder man fragt nach der aktuell in Optionspreisen enthaltenen Volatilität (implizite Volatilität), d.h. jener, die bei einem gegebenen Optionspreis von den beteiligten Marktteilnehmern angenommen wird.

Die Deutsche Börse berechnet Volatilitätsindizes zur Ermittlung der impliziten Volatilität nach zwei unterschiedlichen Modellen.

1) Der VDAX[®] misst die implizite Volatilität, d.h. die in den DAX[®]-Optionen implizierte, erwartete Preisschwankung des DAX-Index. Für die an der Eurex[®] handelbaren „at-the-money“-DAX-Optionen mit einer Laufzeit von bis zu zwei Jahren wird jeweils ein Subindex veröffentlicht.

Laufzeitunabhängig, d.h. mit einer fixen Restlaufzeit von 45 Tagen, wird zusätzlich der VDAX-Index bestimmt. Sowohl VDAX selbst als auch die Volatilitäts-Subindizes werden einmal am Ende des Handelstages um 17:45 Uhr berechnet und verteilt.¹

2) Der VDAX-NEW[®] rechnet nach einem neueren Modell. Dieses Modell wurde von Goldman Sachs und der Deutschen Börse gemeinsam entwickelt. Es verwendet nicht mehr die impliziten Volatilitäten der DAX-Optionen am Geld, sondern die Wurzel der impliziten Varianzen bestimmt über die at- & out-of-the-money Optionen einer Laufzeit. Dieses Modell bietet große Vorteile, wenn es um die Schaffung, den Handel und die Absicherung von derivativen Produkten auf diesen Index geht. Der laufzeitunabhängige Hauptindex hat die feste Restlaufzeit von 30 Tagen. Auch beim VDAX-NEW und den Subindizes findet eine minütliche Aktualisierung statt.

1.1.1 Basis

DAX[®] umfasst die 30 größten und umsatzstärksten Unternehmen, deren operativer oder juristischer Sitz² in Deutschland ist oder deren Handelsschwerpunkt an der Frankfurter Wertpapierbörse liegt. Der Handel in Aktien dieser Unternehmen macht über 80 Prozent der Börsenumsätze des deutschen Aktienhandels aus. Als Realtime-Index konzipiert, zeichnet DAX ein umfassendes und aktuelles Bild des deutschen Aktienmarktes.

Der Optionskontrakt auf diesen Index ist eines der umsatzstärksten Eurex[®] Produkte, der internationalen Terminbörse, und gehört weltweit zu den meistgehandelten Indexoptionen. Für die VDAX[®] und die VDAX-NEW[®] Berechnung werden jeweils acht Fälligkeiten mit einer maximalen Laufzeit von zwei Jahren betrachtet.

¹ DAX[®], Eurex[®], VDAX[®], VDAX-NEW[®], REX[®] und Xetra[®] sind eingetragene Marken der Deutsche Börse AG.

² Der operative Sitz des Unternehmens ist definiert als teilweiser bzw. vollständiger Standort der Verwaltung. Das Unternehmen muss dies öffentlich festgelegt haben. Die Anforderung an den Handelsschwerpunkt ist erfüllt, wenn mindestens 33 Prozent des aggregierten Umsatzes in jedem der letzten 3 Monate auf den Frankfurter Parketthandel und Xetra[®] entfallen.

Wichtigste Risikokomponente bei der Preisbestimmung im Optionshandel ist die Volatilität. Hierbei gilt: Je größer die Volatilität eingeschätzt wird, desto höher ist der Optionspreis.

1.1.2 Volatilitäts-Subindizes

Neben den beiden laufzeitunabhängigen Indizes VDAX[®] und die VDAX-NEW[®] werden für beide Modelle Subindizes für jede Laufzeit der DAX[®]-Optionen von einem Monat bis hin zu zwei Jahren berechnet und verteilt. Für längerlaufende Optionen werden derzeit keine Subindizes angeboten.

Bei den VDAX-NEW-Subindizes ein breites Band von Optionen herangezogen, beim VDAX findet eine Beschränkung auf lediglich vier „at-the-money“-Optionen statt. Als Eingangsgrößen werden die jeweils im Eurex[®]-System verfügbaren Best-Bid und Best-Ask für diese Optionen verwendet.

1.1.3 VDAX und VDAX-NEW

Aus zwei Subindizes, welche die Restlaufzeit von 45 Tagen beim VDAX[®] bzw. 30 beim VDAX-NEW[®] umschließen, wird der Hauptindex mittels Interpolation bestimmt. Er ist somit unabhängig von der Laufzeit, d.h. er läuft nicht ab und eliminiert Effekte, die sich typischerweise kurz vor Laufzeitende in starken Volatilitätsschwankungen niederschlagen.

1.2 Auswahl der Eingabedaten

Während der Berechnungszeit von VDAX-NEW[®] und der Subindizes (9:15 bis 17:30 Uhr MEZ) werden jede Minute in Form eines Snapshots folgende Daten festgehalten:

- DAX[®] - der DAX-Index berechnet auf Basis von Xetra[®]-Preisen
- FDAX[®] - die besten Geld- und Briefpreise der Futures-Kontrakte auf DAX (nur für VDAX[®] relevant)
- ODAX[®] - die besten Geld- und Briefpreise aller DAX-Optionen
- EONIA - Euro Overnight Index Average - der Overnight-Zinssatz
- EURIBOR - die Euro Interbank Offered Rates als Geldmarktzinssätze für 1, 2, ... 12 Monate
Diese werden einmal täglich (11:00 MEZ) von der Europäischen Bankenvereinigung berechnet.
- REX[®] - die Rendite des zweijährigen REX (berechnet aus Börsenkursen) als längerfristiger Zinssatz

Index Name	Periode	Code	ISIN
EONIA	1 Tag	EU1D	EU0009659945
EURIBOR 1 month	1 Monat	EU1M	EU0009659937
EURIBOR 2 months	2 Monate	EU2M	EU0009652841
EURIBOR 3 months	3 Monate	EU3M	EU0009652783
EURIBOR 4 months	4 Monate	EU4M	EU0009652858
EURIBOR 5 months	5 Monate	EU5M	EU0009652866
EURIBOR 6 months	6 Monate	EU6M	EU0009652791
EURIBOR 7 months	7 Monate	EU7M	EU0009652874
EURIBOR 8 months	8 Monate	EU8M	EU0009652882
EURIBOR 9 months	9 Monate	EU9M	EU0009652890
EURIBOR 10 months	10 Monate	EU10	EU0009652908
EURIBOR 11 months	11 Monate	EU11	EU0009652916
EURIBOR 12 months	12 Monate	EU12	EU0009652809
REX 2-YEAR (PRICE INDEX)	2 Jahre	REX2	DE0008469149

1.3 Publikation

VDAX-NEW[®] sowie die Volatilitäts-Subindizes werden an jedem Handelstag der Eurex[®] in der Zeit von 9:15 bis 17:30³ Uhr MEZ berechnet. VDAX[®] und die dazugehörigen Subindizes werden einmal am Ende des Handelstages um 17:45 Uhr MEZ berechnet.

Dabei beginnt die Berechnung eines Subindex jedoch erst dann, wenn alle benötigten Eingabedaten vorliegen. Welche dies sind, hängt von dem jeweiligen Berechnungsmodell ab und wird daher in den Kapiteln zur Kalkulation beschrieben (VDAX Kap.2 und VDAX-NEW Kap.3).

Mit der Verteilung der jeweiligen Hauptindizes wird begonnen, sobald zwei Subindizes vorliegen und somit eine Interpolation ermöglichen.

Der VDAX-NEW verwendet Vortagesdaten (Settlement Preise), solange keine Daten vom aktuellen Tag vorliegen.

Die Subindizes von VDAX und VDAX-NEW haben analog zu den DAX[®]-Optionen Verfallstermine. Diese sind direkt an den Kürzeln erkennbar und es ergibt sich eine Systematik von 120 Kürzeln und ISINs, von denen jeweils nur acht gleichzeitig benutzt werden (siehe Kapitel 4 für eine Übersicht aller ISINs und Kürzel).

³ VDAX-NEW und die dazugehörigen Subindizes wurden bis 20. Oktober 2006 bereits ab 8:50 berechnet.

1.4 Historie

Zu den Indizes der Deutschen Börse sind folgende Zeitreihen verfügbar:

1.4.1 VDAX

Index	Kürzel	ISIN	Tägliche Schlusskurse seit
VDAX	VDAX	DE0008467408	02.01.1992
VDAX-Subindex 1 (1 M.)	VXmj	Kapitel 4.1	02.01. 1992
VDAX-Subindex 2 (2 M.)	VXmj	Kapitel 4.1	02.01. 1992
VDAX-Subindex 3 (3 M.)	VXmj	Kapitel 4.1	02.01. 1992
VDAX-Subindex 4 (6 M.)	VXmj	Kapitel 4.1	02.01. 1992
VDAX-Subindex 5 (9 M.)	VXmj	Kapitel 4.1	02.01. 1992
VDAX-Subindex 6 (12 M.)	VXmj	Kapitel 4.1	18.03. 1996
VDAX-Subindex 7 (18 M.)	VXmj	Kapitel 4.1	18.03. 1996
VDAX-Subindex 8 (24 M.)	VXmj	Kapitel 4.1	18.03. 1996

m steht für den Verfallsmonat (A=Jan, ... , L=Dez); j steht für das Verfallsjahr (0, ... ,9).

Seit dem 5. Dezember 1994 veröffentlicht die Deutsche Börse den einmal täglich berechneten DAX®-Volatilitätsindex VDAX®. Eine Historie täglicher Werte existiert für VDAX und seine Subindizes ab dem 2. Januar 1992. Langlaufende DAX-Optionen (12, 18 und 24 Monate) gibt es erst seit dem 18. März 1996. Deshalb wurden vor diesem Termin nur 5 Subindizes sowie VDAX selbst berechnet.

Bei der Aufnahme der Intraday-Berechnung⁴ aller Indizes am 2. Dezember 1997 wurde gleichzeitig auch das Berechnungsmodell modifiziert. Aus diesem Grund fand eine Neuberechnung der historischen Zeitreihen bis zu diesem Tag statt. Hierzu wurden für den FDAX® und den ODAX® die von der Eurex® festgelegten Settlement-Preise verwendet. Für den DAX-Index ging der jeweilige Schlusskurs des elektronischen Handels (IBIS bzw. Xetra®) ein. Als Zinssätze wurden das REUTERS-Tagesgeld, die LIBOR-Sätze (London Interbank Offered Rates) für 1 bis 12 Monate, sowie die Rendite des REX® für 2 Jahre herangezogen.

Seit Anfang 1999 werden statt der LIBOR-Daten (bzw. dem REUTERS-Tagesgeld) die EURIBOR-Sätze verwendet.

⁴ Seit 24. Juli 2006 werden VDAX und die dazugehörigen Subindizes einmal end of day berechnet.

1.4.2 VDAX-NEW

Index	Kürzel	ISIN	Tägliche Schlusskurse seit
VDAX-NEW	V1X	DE000A0DMX99	02.01.92
VDAX-NEW -Subindex 1 (1 M.)	V1mj	Kapitel 4.2	02.01.92
VDAX-NEW-Subindex 2 (2 M.)	V1mj	Kapitel 4.2	02.01.92
VDAX-NEW-Subindex 3 (3 M.)	V1mj	Kapitel 4.2	02.01.92
VDAX-NEW-Subindex 4 (6 M.)	V1mj	Kapitel 4.2	02.01.92
VDAX-NEW-Subindex 5 (9 M.)	V1mj	Kapitel 4.2	02.01.92
VDAX-NEW-Subindex 6 (12 M.)	V1mj	Kapitel 4.2	18.03.96
VDAX-NEW-Subindex 7 (18 M.)	V1mj	Kapitel 4.2	18.03.96
VDAX-NEW-Subindex 8 (24 M.)	V1mj	Kapitel 4.2	18.03.96

m steht für den Verfallsmonat (A=Jan, ... , L=Dez); j steht für das Verfallsjahr (0, ... ,9).

Die fortlaufende Berechnung des VDAX-NEW® und seiner Subindizes begann am 18. April 2005. Historische Zeitreihen des Hauptindex und der ersten fünf Subindizes auf Basis der täglichen Settlement-Preise gehen zurück bis zum 2. Januar 1992. Langlaufende DAX®-Optionen (12, 18 und 24 Monate) und die entsprechenden VDAX-NEW – Subindizes gibt es erst seit dem 18. März 1996.

Als Zinssätze wurden das REUTERS-Tagesgeld, die LIBOR-Sätze für 1 bis 12 Monate, sowie die Rendite des REX® für 2 Jahre herangezogen.

Seit Anfang 1999 werden statt der LIBOR-Daten, bzw. dem Tagesgeld die EURIBOR-Sätze verwendet.

1.4.3 VDAX-NEW® Fixed Identifier Subindizes

Die Deutsche Börse berechnet zusätzlich seit 23. Oktober 2006 acht Subindizes mit einer festen ISIN. Im Unterschied zu den im Kapitel 1.4.2 aufgeführten Subindizes mit variabler ISIN-Zuordnung wird in diesem Verfahren die ISIN an die Laufzeit gebunden, d.h. die Optionen wechseln im Zeitablauf in einen Subindex mit entsprechender Laufzeit (siehe nachfolgende Tabelle).

Index	Kürzel	ISIN	Tägliche Schlusskurse seit
VDAX-NEW	V1X	DE000A0DMX99	02.01. 1992
VDAX-NEW-Subindex 1 (1 M.)	V4F1	DE000A0G83V9	23.10.2006
VDAX-NEW-Subindex 2 (2 M.)	V4F2	DE000A0G83W7	23.10. 2006
VDAX-NEW-Subindex 3 (3 M.)	V4F3	DE000A0G83X5	23.10. 2006
VDAX-NEW-Subindex 4 (6 M.)	V4F4	DE000A0G83Y3	23.10. 2006
VDAX-NEW-Subindex 5 (9 M.)	V4F5	DE000A0G83Z0	23.10. 2006
VDAX-NEW-Subindex 6 (12 M.)	V4F6	DE000A0G8300	23.10. 2006
VDAX-NEW-Subindex 7 (18 M.)	V4F7	DE000A0G8318	23.10. 2006
VDAX-NEW-Subindex 8 (24 M.)	V4F8	DE000A0G8326	23.10. 2006

1.5 Lizenzierung

Die Bezeichnungen der Indizes der Deutschen Börse sind eingetragene Marken der Deutsche Börse AG und als solche im In- und Ausland gegen unzulässige Verwendung geschützt. Die Deutsche Börse vergibt Lizenzen zur Nutzung ihrer Indizes als Underlying für derivative Instrumente an Börsen, Banken und Investmenthäuser. Der standardisierte Rahmenlizenzvertrag räumt dem Lizenznehmer das Recht zur Verwendung aller Indizes für beliebig viele Instrumente ein, das Lizenzentgelt richtet sich nach der tatsächlichen Nutzung. Anfragen zur Lizenzierung der Indizes sind an die Deutsche Börse zu richten. Die Kontaktadresse finden Sie auf der letzten Seite.

2 VDAX[®]

2.1 Berechnungskonzept

Nach dem Optionspreismodell von Black & Scholes (1973), bzw. genauer der von Black 1976 entwickelten Modifikation, bestimmt sich der theoretische Preis für eine europäische Standardoption wie folgt. (Der Unterschied zur ursprünglichen Version liegt in der Verwendung des Forward-Preises des Underlyings anstelle des Underlyings selbst):

$$(1) \quad C = e^{-r \cdot t} \cdot (F \cdot N(d_1) - K \cdot N(d_2))$$

$$(2) \quad P = e^{-r \cdot t} \cdot (K \cdot N(-d_2) - F \cdot N(-d_1))$$

mit:

$$(3) \quad d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F}{K}\right)}{s \cdot \sqrt{t}} + \frac{s \cdot \sqrt{t}}{2} \quad \text{und}$$

$$(4) \quad d_2 = d_1 - s \cdot \sqrt{t}$$

wobei:

C = Preis des Calls

P = Preis des Puts

K = Basispreis der Option

F = Forward-Preis des Underlying Index

t = Annualisierte Restlaufzeit

r = Risikoloser Zinssatz für die Laufzeit t bei stetiger Verzinsung

s = Volatilität der Option

N(...) = Kumulierte Normalverteilung

Als Finanzierungsfaktor definieren wir die Größe R:

$$(5) \quad R = e^{r \cdot t}$$

Die Formeln (1) und (2) werden nun unter Benutzung folgender Normierungen umgeschrieben:

$$(6) \quad v = \frac{s \cdot \sqrt{t}}{2} \quad (\text{die normierte Volatilität})$$

$$(7) \quad c = \frac{C \cdot R}{\sqrt{F \cdot K}} \quad (\text{der normierte Call-Preis})$$

$$(8) \quad p = \frac{P \cdot R}{\sqrt{F \cdot K}} \quad (\text{der normierte Put-Preis})$$

$$(9) \quad f = \frac{F}{\sqrt{F \cdot K}} \quad (\text{der normierte Forward-Preis})$$

$$(10) \quad u = \ln(f) \quad (\text{der logarithmierte normierte Forward-Preis})$$

Für diese normierten Größen gelten folgende Optionspreisbeziehungen:

$$(11) \quad c = e^{+u} N\left(+\frac{u}{v} + v\right) - e^{-u} N\left(+\frac{u}{v} - v\right)$$

$$(12) \quad p = e^{-u} N\left(-\frac{u}{v} + v\right) - e^{+u} N\left(-\frac{u}{v} - v\right)$$

Mit Hilfe dieser Transformationen können nun die Call- und Put-Preise als Funktionen des Forward-Preises und der Volatilität ausgedrückt werden:

$$(13) \quad c = f(u, v)$$

$$(14) \quad p = g(u, v)$$

Des Weiteren macht die Transformation die Symmetrie zwischen Calls und Puts transparent. Unter der Spiegelung $u \rightarrow -u$ gehen die normierten Call- und Put-Preise ineinander über. Dies ist eine Folge der Symmetrie der Normalverteilung für Basiswertschwankungen, die dem Black-Modell zugrunde liegt. Unter Ausnutzung der Symmetrie führen wir einen allgemeinen Optionspreis o ein:

$$(15) \quad o(u, v) = f(u, v)$$

$$(16) \quad o(u, v) = g(-u, v)$$

Die Optionspreisformel, die den Volatilitätsindizes zugrunde liegt, schreibt sich dann:

$$(17) \quad o(u(t), v) = e^{+u(t)} N\left(+\frac{u(t)}{v} + v\right) - e^{-u(t)} N\left(+\frac{u(t)}{v} - v\right)$$

2.2 Datengewinnung

Für die Berechnung des VDAX[®] werden die Best-Bid und Best-Ask aller an der Eurex[®] notierten Options- und Future-Kontrakte auf DAX[®] aus dem Datenstrom des Eurex-Systems herausgelesen. Im Abstand von einer Minute wird hierzu ein Snapshot gemacht.

Zeitgleich werden der aus Xetra[®]-Preisen gerechnete DAX und die unter 1.2 angegebenen Zinssätze eingelesen.

2.3 Datenfilterung

Die Optionspreise werden einer Datenfilterung unterzogen. Dabei werden Optionen mit einseitigem Markt, d.h. lediglich einem Geld- oder einem Briefkurs ausgefiltert. Ebenso natürlich diejenigen Optionen, für die beides nicht vorliegt.

Ein weiterer Filter überprüft bei den noch übrig gebliebenen Optionen, ob die Spanne zwischen Bid und Ask nicht zu groß ist. Als Maß hierfür werden die an der Eurex[®] gültigen maximalen Quotierungsspannen für Market-Maker herangezogen. Demnach darf die maximale Spanne höchstens

10 Prozent des quotierten Geldkurses, mindestens jedoch 1,40 Punkte und höchstens 13,40 Punkte betragen.

Wird von der Eurex in ihrem System die Option „Fast Market“ eingestellt, die den Market-Makern an sehr turbulenten Handelstagen erlaubt, ihre vorgeschriebenen Quotierungsspannen zu verdoppeln, so ändern sich analog die hier angegebenen Spannen jeweils auf das Doppelte.

2.4 Datenaufbereitung

Für die Options- und Futures-Preise, die nicht ausgefiltert wurden, wird der Mittelkurs aus dem Best-Bid und Best-Ask gebildet. Also gilt in der weiteren Berechnung:

$$(18) \quad C_{ij} = \frac{C_{ij}^a + C_{ij}^b}{2}$$

$$(19) \quad P_{ij} = \frac{P_{ij}^a + P_{ij}^b}{2}$$

$$(20) \quad F_i = \frac{F_i^a + F_i^b}{2}$$

i steht hierbei für den Verfalltermin, j für den Basispreis, a für den Briefpreis (Ask) bzw. b für den Geldpreis (Bid).

Die Zinssätze, die zu den Fälligkeiten der Indexoptionen passen, werden mittels linearer Interpolation ermittelt. Die zwei nächstliegenden Zinssätze $r(T_k)$ und $r(T_{k+1})$ (z.B. EONIA und 1 Monats EURIBOR), deren Laufzeiten T_k und T_{k+1} die Laufzeit T_i der entsprechenden Option umschließen, werden interpoliert, um eine Näherungslösung für den bei der Indexberechnung zu verwendenden Zinssatz zu bestimmen.

$$(21) \quad r_i \equiv r(T_i) = \frac{T_{k+1} - T_i}{T_{k+1} - T_k} r(T_k) + \frac{T_i - T_k}{T_{k+1} - T_k} r(T_{k+1});$$

wobei

$$(22) \quad T_k \leq T_i < T_{k+1}$$

Unter Verwendung der Beziehung (5) errechnet sich der Finanzierungskostenfaktor R_i

2.5 Bestimmung der Forwards

2.5.1 Vorläufige Forwards

Im nächsten Schritt erfolgt die Bestimmung der Forward-Preise für den DAX®-Index mit den Restlaufzeiten der Optionen.

Wird zu einem ODAX®-Verfall ein DAX-Futures mit passender Restlaufzeit quotiert, so wird F_i , der Mittelkurs des Future, als (endgültiger) Forward-Preis verwendet.

Komplizierter ist der Fall, wenn kein Futures mit passender Laufzeit quotiert, es also keinen direkt an der Eurex® verfügbaren Forward-Preis zu einem ODAX-Verfall gibt. Dieser Fall tritt z. B. auf, wenn die ODAX-Serien nicht im März, Juni, September oder Dezember verfallen. Dann wird in zwei Schritten ein Forward-Preis errechnet:

Im ersten Schritt wird ein vorläufiger Forward-Preis F' durch lineare Interpolation der um die Laufzeit herum quotierten und nicht ausgefilterten Futures ermittelt. Dabei wird der DAX-Indexstand als Preis eines imaginären Futures mit der Restlaufzeit 0 betrachtet.

$$(23) \quad F'(T) = \frac{T_{i+1} - T}{T_{i+1} - T_i} F_i + \frac{T - T_i}{T_{i+1} - T_i} F_{i+1}$$

wobei

$$(24) \quad T_i \leq T \leq T_{i+1}$$

Kann die Interpolation nicht erfolgen, weil kein Futures mit längerer Restlaufzeit quotiert wurde, so wird der vorläufige Forward durch Extrapolation vom letzten verfügbaren Futures aus bestimmt:

$$(25) \quad F'(T) = F_i \cdot e^{r \cdot t}$$

F_i bezeichnet den Mittelwert des letzten Future, t die Laufzeit zwischen dem Verfalltermin dieses Futures und der Option und r den Forwardzins der Option, berechnet nach folgender Formel:

$$(26) \quad r = \frac{1 + r_0}{1 + r_f - r_0} - 1$$

wobei r_0 der Zinssatz der Option und r_f der Zinssatz des Futures ist, beide wie zuvor in (21) bestimmt.

Der so bestimmte vorläufige Forward-Preis definiert den vorläufigen „at-the-money“-Punkt. Nur diejenigen Optionsserien j einer Fälligkeit, deren Basispreise nah am Forward-Preis liegen, werden im nächsten Berechnungsschritt berücksichtigt.

2.5.2 Endgültige Forwards

Für Fälligkeiten, deren Forward-Preis sich vorläufig durch Inter- bzw. Extrapolation ergeben hatte, wird nun in einem zweiten Schritt unter Ausnutzung der Put-Call-Parität der endgültige Forward-Preis aus den Optionspreisen bestimmt. Hierzu werden Paare von Call- und Put-Serien gleichen Basispreises gebildet.

Um den vorläufigen „at-the-money“-Punkt wird ein Fenster von 16 Optionen gelegt, also jeweils die Put- und Call-Optionen der vier Basispreise über und unter diesem Punkt. Sind in diesem Fenster keine zwei Paare zeitgleich quotiert, so wird kein endgültiger Forward-Preis bestimmt und somit kein aktueller Subindexwert berechnet, sondern lediglich der bestehende Subindex – wenn es bereits einen gab – fortgeschrieben. Sind es zwei oder mehr Paare, so werden alle gültigen Paare in der Formel (27) berücksichtigt.

Zweck der Beschränkung auf acht Basispreise an dieser Stelle ist es, Serien, die zu selten oder mit zu großen Geld-/Brief-Spannen quotieren, von der mittels Put-Call-Parität durchgeführten Forward-Berechnung auszuschließen.

$$(27) \quad F_i = \frac{1}{N} \sum_{\text{Paare C,P}} (C_{ij} - P_{ij}) R_i + K_j$$

Nachdem nun für jede Fälligkeit der Finanzierungskostenfaktor R_i und der Forward-Preis F_i feststehen, werden aus den bereinigten Preisen für Calls und Puts nach den Beziehungen (7), (8) und (15), (16) die allgemeinen, empirischen Optionspreise o_{ij} unter Verwendung der Basispreise K_j gebildet. Nach Definition (10) entstehen normierte Forward-Preise u_{ij} .

2.6 Berechnung der Volatilitäten einzelner Optionen

Sobald für eine Laufzeit der endgültige Forward vorliegt, werden für alle Optionen dieses Verfalls, die nicht ausgefiltert wurden, die einzelnen impliziten Volatilitäten berechnet. Da man das Black-Modell, bzw. die in (17) dargestellte Optionspreisformel nicht nach der Volatilität auflösen kann, ermittelt man die gesuchte Größe mit Hilfe eines Iterationsverfahrens.

Als Startwert für v , die normierte Volatilität, wird 0,015 genommen. Der hiermit aus (17) ermittelte theoretische normierte Optionspreis wird dem im Markt gegebenen Optionspreis gegenübergestellt. Durch das Gauß-Newton-Verfahren wird schrittweise eine neue normierte Volatilität v_i ermittelt, die als Startwert in dem jeweils nächsten Iterationsschritt verwendet wird. Bei Erreichen einer bestimmten vorgegebenen Genauigkeit, d.h. wenn sich v_i und v_{i+1} sich nur noch um $3 \cdot 10^{-6}$ unterscheiden, stoppt das Verfahren und liefert als Ergebnis die normierte, implizite Volatilität der Option, also jenen Wert, bei dem der hiermit theoretisch bestimmte Optionspreis mit dem im Markt gebildeten Optionspreis nahezu übereinstimmt.

2.7 Bestimmung der Subindizes

Zur Kalkulation eines Subindex V_i wird zunächst ein Fenster von acht Optionen bestimmt, diesmal um den mittels Put-Call-Parität ermittelten, endgültigen Forward bzw. den Future. Die impliziten

Volatilitäten von jeweils vier Optionen werden gemäß des Abstands der Basispreise vom Wert des Forwards bzw. Futures gewichtet (28). Bei der Auswahl der vier benutzten Optionen wird verlangt, dass es sich um zwei Paare gleichen Basispreises handeln muss, und zwar ein Paar mit höherem, und ein Paar mit niedrigerem Basispreis als dem aktuell berechneten endgültigen Forward-Preis. Darüber hinaus wird das Kriterium Aktualität vor dem zweiten Kriterium Abstand zum Forward betrachtet: Liegen also z. B. aktuelle Volatilitäten für beide Paare oberhalb des Forward-Preises vor, so wird das Paar verwendet, das näher am „at-the-money“-Punkt liegt. Ist die Volatilität des weiter entfernten Paares die aktuellere Information, so wird diese verwendet.

Der Grund für dieses Vorgehen ist, dass normalerweise die Serien mit „runden“ Basispreisen liquider gehandelt werden und die Berechnung jeweils dann wieder auf diese Basispreise zugreift, wenn die evtl. näher am Forward liegenden Serien im Tagesverlauf nicht mehr quotiert werden.

Bei den Zinssätzen wird bis zu ihrer Aktualisierung mit den Vortageswerten gerechnet. Anders ist es beim FDAX[®] und ODAX[®]: Um hier Volatilitätsschwankungen zu vermeiden, die durch Änderungen des Indexniveaus von einem Tag zum anderen hervorgerufen werden, wird auf ein Fortschreiben von Vortageswerten verzichtet.

Zur Verteilung eines Subindex sind folgende Daten nötig: Der Wert eines Forwards für den DAX[®]-Index mit gleicher Laufzeit wie der Subindex; dieser Wert ergibt sich direkt aus den Preisen für den FDAX oder er wird theoretisch bestimmt. Um diesen Forward-Preis, der den „at-the-money“-Punkt kennzeichnet, müssen die vier Einzelvolatilitäten vorliegen, aus denen der Index berechnet wird. Hierbei wird keine Zeitgleichheit verlangt. Sobald für eine Option der Forward-Preis sowie Best-Bid und Best-Ask vorhanden sind und diese nicht ausgefiltert werden, kann die Volatilität bestimmt werden. Findet dann aufgrund der Datenlage in der darauf folgenden Berechnung keine Neukalkulation der Volatilität dieser Option statt, so wird der zuletzt berechnete Wert fortgeschrieben.

$$(28) \quad V_i = \frac{(K_h - F_i) \cdot (v_i^{\text{Put}} + v_i^{\text{Call}}) + (F_i - K_l) \cdot (v_h^{\text{Put}} + v_h^{\text{Call}})}{2(K_h - K_l)}$$

hierbei bedeutet:

- V_i = Subindex i , d.h. normierte Volatilität der Laufzeit i
- F_i = Forward-Preis, bzw. der Future-Preis der entsprechenden Laufzeit i
- v = Volatilität einer einzelnen Option
- K = Basispreis der Option

In Formel (28) geben h und l an, ob der höhere oder der tiefere Basispreis aus dem Fenster gemeint ist.

Wandert der Wert des endgültigen Forward von einer Berechnung zur nächsten über einen Basispreis hinweg und sind dort nicht die für die Berechnung des Subindex eigentlich benötigten Volatilitäten verfügbar, so findet eine Neuberechnung des Index trotzdem statt, sofern mindestens bei einem Paar der nun im neuen Fenster liegenden Basispreise beide Volatilitäten verfügbar sind. Gibt es auf der

anderen Seite zu einem Basispreis lediglich eine Volatilität, so wird diese auch als Schätzung für die fehlende vierte benutzt. Sind dort keine Volatilitäten verfügbar, so ergibt sich der Subindex als Mittelwert der beiden vorhandenen Volatilitäten. Auch hier gilt wieder die Regel, dass Aktualität der Information vor Nähe zum Forward-Preis berücksichtigt wird.

Mit Beziehung (6) kann ein Subindex – wie eine einzelne Volatilität auch – in der üblichen Form als annualisierte Größe σ angegeben werden.

Für die oben erwähnten Fälle, in denen die Berechnung eines aktuellen Subindex nicht möglich ist, wird der vorherige Subindexwert beibehalten.

2.8 Konstruktion des Volatilitätsindex

Im vorangegangenen Abschnitt wurde die Berechnung der Volatilitäts-Subindizes erläutert. Diese haben die Eigenschaft, dass sie keine konstante Restlaufzeit haben, und schließlich verfallen.

Ziel des VDAX®-Index ist die Konstruktion eines Volatilitätsindex über ein gleitendes Zeitintervall fixer Länge. Die dazu nötige Interpolationsprozedur wird aus folgenden Überlegungen abgeleitet:

Es gibt vier Zeitpunkte t (der Snapshot-Zeitpunkt), t_a , t_b und t_c und die beiden Restlaufzeiten T_i und T_{i+1} mit

$$t < t_a < t_b < t_c$$

t_a ist der Verfallzeitpunkt der Laufzeit i und t_c der Verfallzeitpunkt der Laufzeit $i+1$. t_b ist der angenommene "Verfallzeitpunkt" des Volatilitätsindex.

$$\begin{aligned} \text{Also gilt: } T_i &= [t, t_a] \\ T &= [t, t_b] \quad (= 45 \text{ Tage}) \\ T_{i+1} &= [t, t_c] \end{aligned}$$

Die beiden Fälligkeiten sind aus den acht vorliegenden so ausgewählt, dass sie in ihren Restlaufzeiten gerade die feste Laufzeit T des Volatilitätsindex umschließen.

Die zugehörigen Subindizes V_i und V_{i+1} sind entstanden unter der Annahme, dass die Volatilität konstant ist und das Black-Modell zutrifft. Sind aber die Volatilitäten S_i und S_{i+1} nicht gleich und ist zum Beispiel S_{i+1} höher als S_i , so nehmen die Marktteilnehmer offenbar für den Zeitraum t_a bis t_c höhere durchschnittliche Preisschwankungen im DAX® an als im Zeitraum t bis t_a . Jener ist aber in T_{i+1} enthalten. Ohne das Vorliegen weiterer Information müssen Annahmen über das Ausmaß und den Zeitpunkt der Volatilität getroffen werden. Der Einfachheit halber wird eine abschnittsweise konstante Volatilität unterstellt, bei der der Volatilitätssprung gerade zum Zeitpunkt t_a auftritt.

Natürlich ist die statistische Verteilung für die DAX-Preisschwankungen in einem solchen Fall nicht mehr Gauß-förmig und damit ist das Black-Modell streng genommen nicht mehr der Problemstellung angemessen. Es ist aber Ziel der Volatilitätsindex-Konstruktion, trotzdem am Black-Modell festzuhalten.

Unter den genannten Annahmen ist die Volatilität V über die Restlaufzeit T :

$$(29) \quad V = \sqrt{\frac{T_{i+1} - T}{T_{i+1} - T_i} V_i^2 + \frac{T - T_i}{T_{i+1} - T_i} V_{i+1}^2}.$$

Dieser Ansatz setzt zusätzlich voraus, dass die DAX-Preisschwankungen im Zeitraum $[t_a, t_c]$ von den Schwankungen in Zeitraum $[t, t_b]$ statistisch unabhängig sind und es deswegen sinnvoll ist, Einzelvarianzen zur Varianz der Gesamtverteilung aufzuaddieren.

Von der Form entspricht Gleichung (29) einer linearen Interpolation der Varianzen. Die interpolierte Volatilität V ist in der üblichen, annualisierten Form der zu konstruierende Volatilitätsindex VDAX.

$$(30) \quad s = \frac{2V}{\sqrt{T}}$$

Erst im Interpolationsschritt (29) muss die dem Problem angemessene Zeitskala eingebracht werden. Verwendung findet hier die Kalenderzeit.

Die Laufzeit T , die der Index überdeckt, soll einerseits möglichst kurz sein, weil erfahrungsgemäß die meiste Liquidität in den Handel mit kurzlaufenden Optionen drängt. Andererseits darf das nötige „Rollover“ der verschiedenen Fälligkeiten keine Extrapolation nötig machen. Die Wahl $T = 45$ Kalendertage vereinbart gerade beide Anforderungen.

Um möglichst früh während der Handelzeit schon einen VDAX verteilen zu können, findet die Interpolation jedoch nicht zwingend aus den beiden jeweils direkt die 45 Tage umschließenden Subindizes statt. Sobald also erstmals am Tag ein Subindex mit Restlaufzeit kleiner, und einer mit Restlaufzeit größer als 45 Tagen berechnet werden kann, startet auch die Verteilung von VDAX. Kommen dann später weitere Subindizes hinzu, die näher an T liegen, so gehen diese stattdessen in die Interpolation ein. Aufgrund der Zeitabstandsgewichtung in (29) werden Sprünge, die beim Übergang auf einen anderen Subindex auftreten können, minimiert.

3 VDAX-NEW®

3.1 Berechnungskonzept

Das VDAX-NEW®-Modell verfolgt das Ziel, reine Volatilität handelbar zu machen, d.h. den Index durch ein Portfolio nachbildbar zu machen, welches nicht auf Preisschwankungen, sondern nur auf Veränderungen der Volatilität reagiert. Der Weg hierzu führt nicht direkt über Volatilitäten, sondern über Varianzen – also die quadrierten Volatilitäten. Ein wie nachfolgend beschrieben zusammengesetztes Portfolio aus DAX®-Optionen unterschiedlicher Basispreise mit einer bestimmten Gewichtung liefert die gewünschte Eigenschaft. Im Gegensatz zum „alten“ VDAX®-Modell fließen hier also nicht die impliziten Volatilitäten am „at-the-money“-Punkt ein, sondern die impliziten Varianzen der „at-the-money“ und „out-of-the-money“ Optionen einer Laufzeit.

Die Subindizes werden nach folgender Formel berechnet:

$$(31) \quad \text{VDAX - NEW}_i = 100 \cdot \sqrt{\sigma_i^2}$$

mit:

$$(32) \quad \sigma_i^2 = \frac{2}{T_i} \sum_j \frac{\Delta K_{i,j}}{K_{i,j}^2} \cdot R_i \cdot M(K_{i,j}) - \frac{1}{T_i} \left(\frac{F_i}{K_{i,0}} - 1 \right)^2, \quad i=1,2,\dots,8$$

und:

T_i Zeit bis zum Verfall des i-ten ODAX®

F_i Forward-Wert abgeleitet aus den Preisen des i-ten ODAX, bei denen die absolute Differenz zwischen Call- und Put-Preisen (C und P) am kleinsten ist. Also:

$$(33) \quad F_i = K_{\min|C-P|} + R_i \cdot (C - P)$$

(Anm.: Wenn kein eindeutiges Minimum existiert, wird hier der Durchschnittswert der relevanten Forward-Preise verwendet.)

$K_{i,j}$ Basispreis der j-ten „out-of-the-money“-Option des i-ten ODAX-Verfalls beide in aufsteigender Reihenfolge

$\Delta K_{i,j}$ Intervall zwischen den Basispreisen bzw. das halbe Intervall zwischen dem nächsthöheren und dem nächstniedrigeren Basispreis. An den Rändern wird der einfache Abstand zwischen dem höchsten und dem zweithöchsten Basispreis (bzw. niedrigsten und zweitniedrigsten Basispreis) verwendet:

$$(34) \quad \Delta K_{i,j} = \frac{K_{i,j+1} - K_{i,j-1}}{2}$$

$K_{i,0}$ Größter Basispreis unterhalb des Forward-Preises F_i

R_i Refinanzierungsfaktor des i-ten ODAX

$$(35) \quad R_i = e^{r_i \cdot T_i}$$

r_i Risikoloser Zins bis zum Verfall des i-ten ODAX

$M(K_{i,j})$ Preis der Option $K_{i,j}$ mit $K_{i,j} \neq K_{i,0}$

$M(K_{i,0})$ Durchschnitt aus Put- und Call-Preis am Basispreis $K_{i,0}$

Die Subindizes werden bis zwei Tage vor dem Verfall gerechnet. Der jeweils neue Subindex wird erstmals am zweiten Handelstag⁵ der zugehörigen DAX-Optionenserien verteilt.

Die einzelnen Schritte der Datengewinnung und -filterung sowie die Berechnung der eingehenden Faktoren werden in den nachfolgenden Abschnitten z.T. mit Beispielen erläutert.

3.2 Datengewinnung

Während der Berechnungszeit von 9:15 bis 17:30 Uhr MEZ werden die Best-Bid und Best-Ask aller an der Eurex[®] notierten Options-Kontrakte auf DAX[®] aus dem Eurex-Datenstrom herausgelesen. Im Abstand von einer Minute wird hierzu ein Snapshot erstellt.

Zeitgleich werden die unter 1.2 angegebenen Zinssätze eingelesen.

3.3 Datenfilterung

- Die Optionspreise werden einer Datenfilterung unterzogen. Zu diesem Zweck werden Optionen mit einseitigem Markt, d.h. nur Bid oder nur Ask verworfen. Gleiches gilt natürlich für Optionen, die weder Bid, noch Ask haben.
- Ein zusätzlicher Filter überprüft die verbleibenden Quotes, ob sie innerhalb der Spread-Vorgaben für Market Makers an der Eurex[®] liegen. Der maximale Spread bemisst sich am Bid gemäß folgender Tabelle:

Bid (Index Punkte)	Maximaler Spread
0 – 13,3	1,4
13,4 – 133,3	10 %
> 133,3	13,4

⁵ Der zweite Handelstag nach dem Verfallstag einer Optionsserie ist in der Regel ein Dienstag (Ausnahme: Feiertag).

Beispiel: Bid = 45,32 und Ask = 54,3

Max. Spread: $45,32 \cdot 0,10 = 4,532$ => Bid und Ask werden verworfen

Wenn die Eurex in Phasen sehr hektischen Handels entscheidet, die Option "Fast Market" zu aktivieren, erhöht sich der erlaubte maximale Spread für die Market Maker. Dies wird auch in der Berechnung des VDAX-NEW® beachtet, indem die Filterkriterien entsprechend angepasst werden.

3.4 Datenaufbereitung

a) Bestimmung der verwendeten Preise

Für die Options-Preise, die nicht ausgefiltert wurden, wird der Mittelkurs (Mid) aus Best-Bid und Best-Ask gebildet.

Die jeweils aktuellste der folgenden Informationen wird im Weiteren verwendet.

- Settlement-Preis (Vortag)
- Mid
- Letzter Handelspreis

Beispiel (Call-Optionen):

Basiswert	Settlement	Bid (Uhrzeit)	Ask (Uhrzeit)	Mid (Uhrzeit)	Letzter (Zeit)	Preis
4.000	383,30	--	--	--		383,30
4.050	333,40	--	--	--	383,5 (09:05)	383,50
4.100	283,50	287,1 (09:04)	290,0 (09:05)	288,55 (09:05)	--	288,55
4.150	233,70	237,2 (09:03)	240,2 (09:05)	239,70 (09:05)	237,2 (09:01)	239,70

b) Abschneiden der Flügel

Ein weiterer Filter stellt sicher, dass die verwendeten Preise (Settlement, Mid, letzter Preis) größer oder gleich einem Mindestwert von 0,5 Indexpunkten sind. Gibt es dabei mehrere Optionen unterschiedlicher Ausübungspreise, deren Mid-Preis genau auf der Grenze von 0,5 liegt, wird im folgenden nur der verwendet, der näher am at-the-money Punkt liegt. Durch diese Filterung wird sichergestellt, dass Optionen, die weit aus dem Geld sind und nur wenig Einfluss auf das Ergebnis der Berechnung haben, nicht betrachtet werden müssen.

c) Bestimmung der Zeit bis zum Verfall T_i

$$(36) \quad T_i = T_{\text{Settlement-Calculation}} / T_{\text{Jahr}}$$

$T_{\text{Settlement-Calculation}}$ = Sekunden zwischen Indexberechnung und Settlement

T_{Jahr} = Sekunden pro Jahr

Beispiel: Indexberechnung: 25. November 2004 um 11:00:00 Uhr MEZ

Verfallszeitpunkt ($i=1$): 17. Dezember 2004 um 13:00:00 Uhr MEZ

$$T_1 = \frac{1.908.000}{365 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24} = 0,0605022831$$

d) Bestimmung der risikolosen Zinssätze

Durch lineare Interpolation werden – analog zur VDAX[®]-Berechnung – Zinssätze ermittelt, deren Laufzeiten zu den ODAX[®]-Laufzeiten passen.

$$(37) \quad r_i \equiv r(T_i) = \frac{T_{k+1} - T_i}{T_{k+1} - T_k} r(T_k) + \frac{T_i - T_k}{T_{k+1} - T_k} r(T_{k+1}); \quad T_k \leq T_i < T_{k+1}$$

Beispiel: $r(T_k) = 2,05 \%$ (EONIA)

$r(T_{k+1}) = 2,18 \%$ (EURIBOR, 1 Monat)

$r(T_i) = 2,14 \%$

e) Der Finanzierungskostenfaktor R_i ergibt sich gemäß der Gleichung (35)

Beispiel: $R_1 = e^{r \cdot t} = 1,001298$

3.5 Beispielrechnung

3.5.1 Bestimmung der Forwards F_i und der Basispreise $K_{i,0}$

Der Forward-Wert des i -ten Verfalls leitet sich ab aus den ODAX[®]-Preisen, bei denen die absolute Differenz zwischen Call- und Put-Preisen am kleinsten ist.

Für den Forward F_1 des 1. Verfalls ergibt sich somit:

$$F_i = K_{\min|C-P|} + R_i \cdot (\text{Call}_i - \text{Put}_i)$$

Beispiel: $R_1 = 1,001298$
 $K_{\min|C-P|} = 4.150$
 $F_1 = 4.151,401817$

Gibt es mehrere Paare von Calls und Puts mit identischen Differenzen, wird für jeden der entsprechenden Basispreise ein Forward berechnet. $K_{i,0}$ wird entsprechend definiert als der nächst kleinere Basispreis unterhalb des einfachen Durchschnitts dieser Forwards.

3.5.2 Bestimmung der Optionspreise $M(K_{i,j})$

Der Preis $M(K_{i,j})$, der für die j-te „out-of-the-money“-Option des i-ten Verfalls verwendet wird, ergibt sich wie folgt:

$$M(K_{i,j}) = \begin{cases} \text{Put} & : K_{i,j} < K_{i,0} \\ \frac{\text{Put} + \text{Call}}{2} & : K_{i,j} = K_{i,0} \\ \text{Call} & : K_{i,j} > K_{i,0} \end{cases}$$

3.5.3 Bestimmung der Subindizes

$$\text{VDAX-NEW}_i = 100 \cdot \sqrt{\sigma_i^2}$$

$$\sigma_i^2 = \frac{2}{T_i} \sum_j \frac{\Delta K_{i,j}}{K_{i,j}^2} \cdot R_i \cdot M(K_{i,j}) - \frac{1}{T_i} \left(\frac{F_i}{K_{i,0}} - 1 \right)^2$$

Exercise Price $K_{i,j}$	$\Delta K_{i,j}$	Call	Put	Call - Put	$M(K_{i,j})$	$\frac{\Delta K_{i,j}}{K_{i,j}^2} R_i M(K_{i,j})$
3.350	50	793,90	0,30	793,60	0,30	
3.400	50	734,70	0,60	734,10	0,60	0,0000025985
3.450	50	684,80	0,80	684,00	0,80	0,0000033649
3.500	50	635,00	0,90	634,10	0,90	0,0000036782
3.550	50	585,30	1,10	584,20	1,10	0,0000043698
3.600	50	535,60	1,20	534,40	1,20	0,0000046355
3.650	50	486,00	1,70	484,30	1,70	0,0000063883
3.700	50	436,60	1,80	434,80	1,80	0,0000065825
3.750	50	387,40	2,90	384,50	2,90	0,0000103242
3.800	50	355,00	2,90	352,10	2,90	0,0000100543
3.850	50	290,10	5,50	284,60	5,50	0,0000185765
3.900	50	249,00	6,40	242,60	6,40	0,0000210656
3.950	50	202,90	10,50	192,40	10,50	0,0000336913
4.000	50	165,70	15,20	150,50	15,20	0,0000475605
4.050	50	120,50	24,80	95,70	24,80	0,0000756946
4.100	50	90,00	38,70	51,30	38,70	0,0001152567
4.150	50	59,00	57,60	1,40	58,30	0,0001694710
4.200	50	36,20	85,00	48,80	36,20	0,0001027385
4.250	50	20,30	130,00	109,70	20,30	0,0000562654
4.300	50	11,10	174,80	163,70	11,10	0,0000300545
4.350	50	6,00	212,75	206,75	6,00	0,0000158743
4.400	75	3,00	267,50	264,50	3,00	0,0000116367
4.500	100	1,20	365,60	364,40	1,20	0,0000059335
4.600	100	0,40	497,70	497,30	0,40	
					Σ	0,0007558154

$$\sigma_i^2 = 0,024984689 - 0,000001886 = 0,024986576$$

$$\text{VDAX-NEW}_1 = 100 \cdot \sqrt{0,024986576} = 15,8071$$

3.6 Konstruktion des Volatilitätsindex

Neben den Subindizes für die einzelnen Laufzeiten wird als laufzeitunabhängiger Hauptindex VDAX-NEW® mit einer konstanten Restlaufzeit von 30 Tagen bestimmt. Seine Berechnung entspricht dem Vorgehen bei der VDAX®-Ermittlung. Aus den jeweils die 30 Tage umschließenden Subindizes wird mittels Interpolation der Wert des VDAX-NEW ermittelt. Wenn keine umgebenden Subindizes verfügbar sind, findet die VDAX-NEW-Berechnung durch eine Extrapolation statt, bei der die beiden nächsten verfügbaren Indizes verwendet werden, die möglichst nahe an der Laufzeit von 30 Kalendertagen liegen.

$$\begin{aligned} \text{VDAX-NEW} &= 100 \cdot \sqrt{\left[T_i \cdot \sigma_i^2 \cdot \left[\frac{N_{T_{i+1}} - N_T}{N_{T_{i+1}} - N_{T_i}} \right] + T_{i+1} \cdot \sigma_{i+1}^2 \cdot \left[\frac{N_T - N_{T_i}}{N_{T_{i+1}} - N_{T_i}} \right] \right] \cdot \frac{N_{365}}{N_T}} \\ &= \sqrt{\left[T_i \cdot \text{VDAX-NEW}_i^2 \cdot \left[\frac{N_{T_{i+1}} - N_T}{N_{T_{i+1}} - N_{T_i}} \right] + T_{i+1} \cdot \text{VDAX-NEW}_{i+1}^2 \cdot \left[\frac{N_T - N_{T_i}}{N_{T_{i+1}} - N_{T_i}} \right] \right] \cdot \frac{N_{365}}{N_T}} \end{aligned}$$

N_{T_i} = Zeit bis zur Fälligkeit des i-ten ODAX®

$N_{T_{i+1}}$ = Zeit bis zur Fälligkeit des i+1-sten ODAX

N_T = Zeit für die folgenden x Tage

N_{365} = Zeit für ein Standardjahr

3.7 Berechnung des Settlement-Index

Der Future Settlement-Preis für den VDAX-NEW® Index wird 30 Kalendertage vor Verfallstermin der für die Indexberechnung verwendeten Optionen auf den DAX® berechnet. Hierfür wird der Durchschnitt über alle Index-Ticks von VDAX-NEW im Zeitraum zwischen 12:30 und 13:00 Uhr gebildet.

4 Anhang

4.1 Stammdaten VDAX®

VX	200(5)	200(6)	200(7)	200(8)	200(9)	201(0)	201(1)	201(2)	201(3)	201(4)
Jan (A)	DE0009650291 VXA5	DE0009650309 VXA6	DE0009650218 VXA7	DE0009650226 VXA8	DE0009650234 VXA9	DE0009650242 VXA0	DE0009650259 VXA1	DE0009650267 VXA2	DE0009650275 VXA3	DE0009650283 VXA4
Feb (B)	DE0009650390 VXB5	DE0009650408 VXB6	DE0009650317 VXB7	DE0009650325 VXB8	DE0009650333 VXB9	DE0009650341 VXB0	DE0009650358 VXB1	DE0009650366 VXB2	DE0009650374 VXB3	DE0009650382 VXB4
März (C)	DE0009650499 VXC5	DE0009650507 VXC6	DE0009650416 VXC7	DE0009650424 VXC8	DE0009650432 VXC9	DE0009650440 VXC0	DE0009650457 VXC1	DE0009650465 VXC2	DE0009650473 VXC3	DE0009650481 VXC4
Apr (D)	DE0009650598 VXD5	DE0009650606 VXD6	DE0009650515 VXD7	DE0009650523 VXD8	DE0009650531 VXD9	DE0009650549 VXD0	DE0009650556 VXD1	DE0009650564 VXD2	DE0009650572 VXD3	DE0009650580 VXD4
Mai (E)	DE0009650697 VXE5	DE0009650705 VXE6	DE0009650614 VXE7	DE0009650622 VXE8	DE0009650630 VXE9	DE0009650648 VXE0	DE0009650655 VXE1	DE0009650663 VXE2	DE0009650671 VXE3	DE0009650689 VXE4
Jun (F)	DE0009650796 VXF5	DE0009650804 VXF6	DE0009650713 VXF7	DE0009650721 VXF8	DE0009650739 VXF9	DE0009650747 VXF0	DE0009650754 VXF1	DE0009650762 VXF2	DE0009650770 VXF3	DE0009650788 VXF4
Juli (G)	DE0009650895 VXG5	DE0009650903 VXG6	DE0009650812 VXG7	DE0009650820 VXG8	DE0009650838 VXG9	DE0009650846 VXG0	DE0009650853 VXG1	DE0009650861 VXG2	DE0009650879 VXG3	DE0009650887 VXG4
Aug (H)	DE0009650994 VXH5	DE0009651000 VXH6	DE0009650911 VXH7	DE0009650929 VXH8	DE0009650937 VXH9	DE0009650945 VXH0	DE0009650952 VXH1	DE0009650960 VXH2	DE0009650978 VXH3	DE0009650986 VXH4
Sep (I)	DE0009651091 VXI5	DE0009651109 VXI6	DE0009651018 VXI7	DE0009651026 VXI8	DE0009651034 VXI9	DE0009651042 VXI0	DE0009651059 VXI1	DE0009651067 VXI2	DE0009651075 VXI3	DE0009651083 VXI4
Okt (J)	DE0009651190 VXJ5	DE0009651208 VXJ6	DE0009651117 VXJ7	DE0009651125 VXJ8	DE0009651133 VXJ9	DE0009651141 VXJ0	DE0009651158 VXJ1	DE0009651166 VXJ2	DE0009651174 VXJ3	DE0009651182 VXJ4
Nov (K)	DE0009651299 VXK5	DE0009651307 VXK6	DE0009651216 VXK7	DE0009651224 VXK8	DE0009651232 VXK9	DE0009651240 VXK0	DE0009651257 VXK1	DE0009651265 VXK2	DE0009651273 VXK3	DE0009651281 VXK4
Dez (L)	DE0009651398 VXL5	DE0009651406 VXL6	DE0009651315 VXL7	DE0009651323 VXL8	DE0009651331 VXL9	DE0009651349 VXL0	DE0009651356 VXL1	DE0009651364 VXL2	DE0009651372 VXL3	DE0009651380 VXL4

4.2 Stammdaten VDAX-NEW®

V1	200(5)	200(6)	200(7)	200(8)	200(9)	201(0)	201(1)	201(2)	201(3)	201(4)
Jan (A)	DE000AODMZ22 V1A5	DE000AODM0E8 V1A6	DE000AODM0S8 V1A7	DE000AODM041 V1A8	DE000AODM1G1 V1A9	DE000AODMYA7 V1A0	DE000AODMYN0 V1A1	DE000AODMY07 V1A2	DE000AODMZ00 V1A3	DE000AODMZ00 V1A4
Feb (B)	DE000AODMZ30 V1B5	DE000AODM0F5 V1B6	DE000AODM0T6 V1B7	DE000AODM0S8 V1B8	DE000AODM1H9 V1B9	DE000AODMYB5 V1B0	DE000AODMYP5 V1B1	DE000AODMY15 V1B2	DE000AODMZD8 V1B3	DE000AODMZR8 V1B4
März (C)	DE000AODMZ48 V1C5	DE000AODM0G3 V1C6	DE000AODM0U4 V1C7	DE000AODM066 V1C8	DE000AODM1J5 V1C9	DE000AODMYC3 V1C0	DE000AODMYQ3 V1C1	DE000AODMY23 V1C2	DE000AODMZE6 V1C3	DE000AODMZS6 V1C4
Apr (D)	DE000AODMZ55 V1D5	DE000AODM0H1 V1D6	DE000AODM0V2 V1D7	DE000AODM074 V1D8	DE000AODM1K3 V1D9	DE000AODMYD1 V1D0	DE000AODMYR1 V1D1	DE000AODMY31 V1D2	DE000AODMZF3 V1D3	DE000AODMZT4 V1D4
Mai (E)	DE000AODMZ63 V1E5	DE000AODM0J7 V1E6	DE000AODM0W0 V1E7	DE000AODM082 V1E8	DE000AODM1L1 V1E9	DE000AODMYE9 V1E0	DE000AODMYS9 V1E1	DE000AODMY49 V1E2	DE000AODMZG1 V1E3	DE000AODMZL2 V1E4
Jun (F)	DE000AODMZ71 V1F5	DE000AODM0K5 V1F6	DE000AODM0X8 V1F7	DE000AODM090 V1F8	DE000AODM1M9 V1F9	DE000AODMYF6 V1F0	DE000AODMYT7 V1F1	DE000AODMY56 V1F2	DE000AODMZH9 V1F3	DE000AODMZV0 V1F4
Jul (G)	DE000AODMZ89 V1G5	DE000AODM0L3 V1G6	DE000AODM0Y6 V1G7	DE000AODM1A4 V1G8	DE000AODM1N7 V1G9	DE000AODMYG4 V1G0	DE000AODMYU5 V1G1	DE000AODMY64 V1G2	DE000AODMZJ5 V1G3	DE000AODMZW8 V1G4
Aug (H)	DE000AODMZ97 V1H5	DE000AODM0M1 V1H6	DE000AODM0Z3 V1H7	DE000AODM1B2 V1H8	DE000AODM1P2 V1H9	DE000AODMYH2 V1H0	DE000AODMWV3 V1H1	DE000AODMY72 V1H2	DE000AODMZX3 V1H3	DE000AODMZX6 V1H4
Sep (I)	DE000AODM0A6 V1I5	DE000AODM0N9 V1I6	DE000AODM009 V1I7	DE000AODM1C0 V1I8	DE000AODM1T00 V1I9	DE000AODMYJ8 V1I0	DE000AODMYW1 V1I1	DE000AODMY80 V1I2	DE000AODMZL1 V1I3	DE000AODMZY4 V1I4
Okt (J)	DE000AODM0B4 V1J5	DE000AODM0P4 V1J6	DE000AODM0T7 V1J7	DE000AODM1D8 V1J8	DE000AODM1R8 V1J9	DE000AODMYK6 V1J0	DE000AODMYX9 V1J1	DE000AODMY98 V1J2	DE000AODMZM9 V1J3	DE000AODMZZ1 V1J4
Nov (K)	DE000AODM0C2 V1K5	DE000AODM0Q2 V1K6	DE000AODM0Z5 V1K7	DE000AODM1E6 V1K8	DE000AODM1S6 V1K9	DE000AODMYL4 V1K0	DE000AODMY77 V1K1	DE000AODMZA4 V1K2	DE000AODMZN7 V1K3	DE000AODMZ06 V1K4
Dez (L)	DE000AODM0D0 V1L5	DE000AODM0R0 V1L6	DE000AODM033 V1L7	DE000AODM1F3 V1L8	DE000AODM1T4 V1L9	DE000AODMYM2 V1L0	DE000AODMYZ4 V1L1	DE000AODMZB2 V1L2	DE000AODMZP2 V1L3	DE000AODMZ14 V1L4

5 Der direkte Draht zur Deutschen Börse

§ Auskünfte zu Kursen und Indexkonzepten

Info Operations – Customer Service

Tel: 0 69-211-1 18 00

Fax: 0 69-211-1 45 01

E-Mail: customer.service@deutsche-boerse.com

§ Kurs- und Indexlizenzen

Market Data & Analytics

Tel: 0 69-211-1 28 66

Fax: 0 69-211-61 28 66

E-Mail: mda.issuer@deutsche-boerse.com

§ Publikationen

Publication Hotline

Tel: 0 69-211-1 15 10

Fax: 0 69-211-1 15 11

E-Mail: publication.hotline@deutsche-boerse.com

§ Internet

www.deutsche-boerse.com/mda

§ Postadresse

Deutsche Börse AG

60485 Frankfurt / Main