

# **Internationale Minimum-Varianz-Strategien**

*von Jochen M. Kleeberg*

1. Einleitung
2. Theoretische Grundlagen
3. Aufbau der empirischen Untersuchung
4. Empirischer Vergleich der Portfolio- und Benchmarkrendite
5. Analyse des Gesamterfolges des praxisbezogenen Minimum-Varianz-Portfolios
6. Analyse der Residualrendite des praxisbezogenen Minimum-Varianz-Portfolios
7. Globale Untersuchung
8. Praktischer Einsatz

## 1. Einleitung

Das Ziel des professionellen Wertpapiermanagements besteht darin, ein besseres Anlageergebnis als ein Marktindex zu erzielen. Dieses Ziel läßt sich im Rahmen des professionellen Portfoliomanagements durch eine Reihe verschiedener Ansätze erreichen. Ein neueres, quantitativ gestütztes Anlagekonzept stellt die sog. Minimum-Varianz-Strategie dar. Dabei wird losgelöst von jeglicher Renditeerwartung in das Aktienportfolio investiert, welches die geringstmögliche Varianz besitzt. Ein solches risikominimales Portfolio bietet dem Anleger im Vergleich zu anderen Aktieninvestments die geringstmöglichen Renditeschwankungen und ist damit deutlich risikoärmer als die populären Marktindizes wie etwa der S&P 500 oder der Euro STOXX 50.

Im Rahmen dieses Beitrages wird der Anlageerfolg der Minimum-Varianz-Strategien am deutschen, englischen, japanischen, kanadischen und US-amerikanischen Aktienmarkt empirisch untersucht.<sup>1</sup> Außerdem wird überprüft, ob eine solche Anlagestrategie lokal (also auf einem nationalen Aktienmarkt) oder global (d.h. länderübergreifend) implementiert werden sollte.

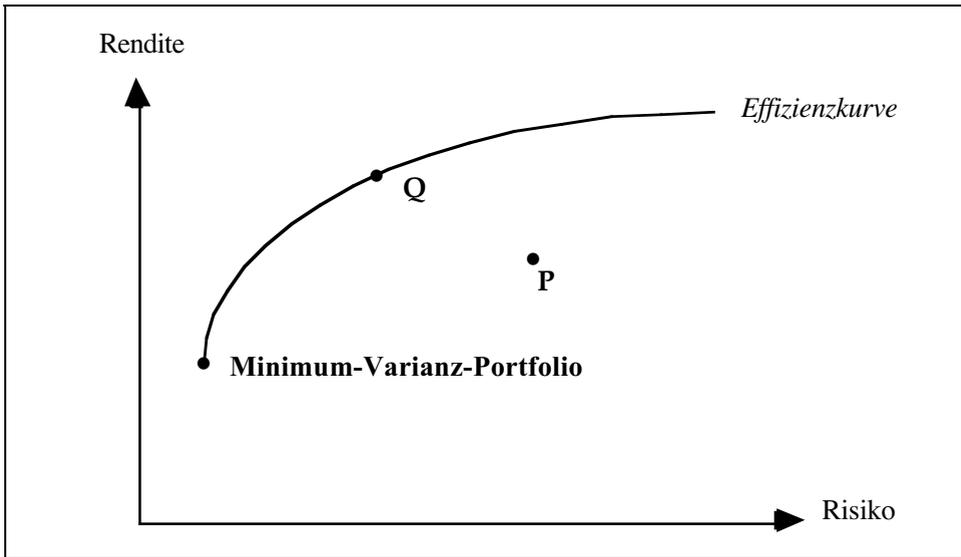
## 2. Theoretische Grundlagen

In der Kapitalmarkttheorie lassen sich sämtliche effizienten Portfolios durch die sogenannte Effizienzkurve darstellen. Ein Portfolio ist dann effizient, wenn kein anderes (dominierendes) Portfolio existiert, das bei gleichem Risiko eine höhere Rendite erwarten läßt oder die gleiche Rendite bei niedrigerem Risiko in Aussicht stellt.<sup>2</sup> In Abbildung 1 ist z.B. das Portfolio Q ein effizientes Portfolio, während Portfolio P ineffizient ist.

---

<sup>1</sup> Eine umfassende theoretische und empirische Untersuchung des Minimum-Varianz-Portfolios findet sich in Kleeberg (1995).

<sup>2</sup> Vgl. Fama (1976), S. 260.



**Abbildung 1: Effizienzkurve und Minimum-Varianz-Portfolio**

Das Minimum-Varianz-Portfolio befindet sich im Ursprung der Effizienzkurve. Es existiert keine andere Anlage, die ein geringeres Risiko besitzt, also eine Position links von dem Minimum-Varianz-Portfolio einnimmt.

Das risikominimale Portfolio weist eine weitere charakteristische Besonderheit auf: Es ist die einzige effiziente Wertpapiermischung, die sich auch ohne die üblicherweise schwierigen und unsicheren Prognosen zukünftiger Wertpapierrenditen bestimmen läßt.

In der Modernen Portfoliotheorie wird das Risiko durch die Varianz der Renditen gemessen, welche die Streuung der Wertpapierrenditen um ihren Mittelwert mißt. Die Varianz besitzt die Eigenschaft, daß sie sich reduziert, wenn mehrere Titel, deren Renditen nicht vollständig positiv miteinander korreliert sind, zu einem Portfolio kombiniert werden.<sup>3</sup> Deshalb besteht das risikominimale Portfolio nicht allein aus der Aktie, die isoliert betrachtet die niedrigste Varianz aufweist, sondern aus einer Kombination mehrerer verschiedener Wertpapiere. Dabei werden die einzelnen Aktien so miteinander kombiniert, daß die entstehende Wertpapiermischung die geringstmögliche Varianz besitzt. Im Rahmen der praktischen Erstellung des Minimum-Varianz-Portfolios ist die Funktion der Portfoliovarianz somit partiell nach den relativen Anteilen der einzelnen Aktien abzuleiten und dann gleich Null zu setzen:<sup>4</sup>

<sup>3</sup> Vgl. Markowitz (1959), S. 5 f.

<sup>4</sup> Zur Ableitung des Minimums muß als hinreichendes Kriterium zudem die zweite Ableitung der Varianzfunktion positiv sein. Die gleiche Vorgehensweise wird auch im Rahmen des Varianzminimie-

$$(1) \quad \frac{\partial \text{Var}(R_p)}{\partial w_{i,p}} = 0 \quad \forall i$$

unter Berücksichtigung einer voll investierten Anlagesumme:

$$(2) \quad \sum_{i=1}^n w_{i,p} = 1.$$

Verbal ausgedrückt sind die Portfoliogewichte gesucht, die das Gesamtrisiko des Zielportfolios unter Beachtung der Nebenbedingung minimieren. Das Portfolio mit dem geringstmöglichen Risiko ist dann gefunden, wenn sich das Risiko der Wertpapiermischung durch weitere Umstrukturierungen nicht mehr verringern läßt. Dieses Problem läßt sich unter Einsatz der sogenannten Portfoliooptimierung komfortabel lösen.<sup>5</sup>

Tabelle 1 stellt beispielhaft das risikominimale Portfolio dar, das auf der Grundlage der im Euro STOXX 50 enthaltenen Aktien zum 4. Juni 2001 unter der Maßgabe der zusätzlichen Leerverkaufsrestriktion

$$(3) \quad w_{i,p} \geq 0$$

konstruiert wird.<sup>6</sup> Es fällt zunächst auf, daß das Portfolio nur 21 der 50 im Index enthaltenen Aktien berücksichtigt. Die Aufnahme weiterer Aktien würde also trotz einer breiteren Streuung auf mehr Einzeltitel das (ex ante) Portfoliorisiko erhöhen.

Die auf der Basis der Kovarianzmatrix berechnete (ex ante) Volatilität des Minimum-Varianz-Portfolios beträgt 9%. Für den Euro STOXX 50 wird eine Volatilität in Höhe von 15,9% prognostiziert. Beide Werte erscheinen im Vergleich zu den hohen Volatilitäten der einzelnen Aktien auffallend niedrig zu sein. Die Ursache für diese erhebliche Risikodiversifikation sind die geringen Korrelationen zwischen den 50 Unternehmen, die im Mittel über alle 1200 Wertepaare 0,14 betragen.<sup>7</sup>

rungsansatzes bei Hedging-Transaktionen mit Financial Futures gewählt. Vgl. Meyer-Bullerdielk (1998).

<sup>5</sup> Zur Darstellung der Portfoliooptimierung siehe z.B. Rudd/ Clasing, (1988), S. 317 ff. und Michaud (1989), S. 31 ff.

<sup>6</sup> Die Portfolioerstellung basiert auf einer Kovarianzmatrix, die auf der Basis von 83 Wochenrenditen vom 08.11.1999 bis 04.6.2001 geschätzt worden ist. Zur Lösung des Optimierungsproblems wurde der Solver des Programmpakets MS Excel<sup>TM</sup> eingesetzt.

<sup>7</sup> Ursächlich für die geringen Korrelationswerte ist der gewählte Schätzzeitraum für die Berechnung der Kovarianzmatrix (08.11.1999 – 04.06.2001), der anfänglich durch eine Börsenphase der Übertreibung und danach durch einen heftigen Kursabschwung – ausgelöst durch zahlreiche einzelwertspezifische Gewinnwarnungen und Herabstufungen - geprägt war. Diese in besonderem Maße einzelwertspezifischen Kursbewegungen manifestieren sich in den geringen Korrelationswerten. Sofern für zukünftige Zeiträume das Korrelationsniveau c.p. ansteigt, fallen die Volatilitäten für das Minimum-Varianz-Portfolio und die Benchmark höher aus, als auf Basis der hier verwendeten Kovarianzmatrix vermutet. Dies gilt in besonderem Maße für das Minimum-Varianz-Portfolio, da die prognostizierte Volatilität

	Min	Index	Beta	MCTR	Volatilität
ENI	13,2%	2,0%	-0,01	0,17%	23,1%
Suez Lyon.	12,3%	1,7%	0,36	0,17%	27,9%
BASF	11,7%	1,3%	0,31	0,17%	25,9%
Tel. Italia	6,9%	1,3%	1,43	0,17%	41,4%
Repsol	6,1%	1,1%	0,12	0,17%	26,9%
BBV	6,1%	2,6%	0,84	0,17%	30,1%
Ahold	5,7%	1,5%	0,15	0,17%	29,3%
Endesa	5,5%	1,0%	0,09	0,17%	27,0%
Grpe. Danone	5,5%	1,1%	0,09	0,17%	31,5%
Roy.Dutch	5,5%	7,7%	0,19	0,17%	25,5%
Dai-Chr	5,3%	2,3%	0,45	0,17%	27,7%
Enel	5,1%	0,7%	0,24	0,17%	20,5%
L'Oreal	3,4%	1,2%	0,5	0,17%	30,3%
Münch.Re	2,8%	1,5%	0,45	0,17%	29,8%
Carrefour	1,7%	1,9%	0,75	0,17%	36,2%
Allianz	1,0%	2,4%	0,43	0,17%	34,4%
Nokia	0,8%	8,0%	2,98	0,17%	68,5%
Sanofi	0,7%	1,2%	0,22	0,17%	33,3%
San Paolo	0,5%	0,8%	0,97	0,17%	38,1%
Unilever	0,2%	1,9%	-0,19	0,17%	36,5%
Vivendi	0,1%	3,8%	1,4	0,17%	43,8%
Volatilität	9,0%	15,9%			
Beta	0,38	1,00			

**Tabelle 1: Minimum-Varianz-Portfolio auf Basis der im Euro STOXX 50 enthaltenen Aktien per 04.06.2001**

Vergleicht man die Gewichte der Einzelwerte im Minimum-Varianz-Portfolio (Spalte „Min“) mit denen im Euro STOXX 50 (Spalte „Index“), so lassen sich große Unterschiede feststellen. Dies ist unmittelbar einsichtig, da bei der Erstellung des risikominimalen Portfolios bewußt keine Benchmarkorientierung gewählt wird, sondern ausschließlich das Gesamtrisiko minimiert wird.

In der vierten Spalte in Abbildung 1 ist das Beta der einzelnen Aktien dargestellt. Auffällig ist, daß hier mit Ausnahme von Telecom Italia (einiger Telekom-Wert), Nokia (einziger Technologie-Wert) und Vivendi (einziger Medien-Wert) ausschließlich Aktien mit einem Beta kleiner als 1 berücksichtigt werden. Das (ex ante) Beta

$$\beta_{Min} = \frac{k_{Min, Euro STOXX 50} \cdot \sigma_{Min}}{\sigma_{Euro STOXX 50}}$$

---

zusätzlich aufgrund von „Fehlermaximierung“ systematisch unterschätzt wird. Vgl. dazu Muller (1993).

des Minimum-Varianz-Portfolios muß aufgrund des konstruktionsbedingten Zusammenhangs

$$\sigma_{Min} < \sigma_{Euro\ STOX\ 50}$$

und aufgrund des Wertebereichs für den Korrelationskoeffizienten

$$-1 \leq k_{Min, Euro\ STOX\ 50} \leq 1$$

immer kleiner als eins sein und ergibt sich zu 0,38.<sup>8</sup>

Die marginalen Risikobeiträge (MCTR=Marginal Contribution to Total Risk) sind im Minimum-Varianz-Portfolio für alle im Portfolio enthaltenen Werte konstruktionsbedingt gleich groß und betragen 0,17%.<sup>9</sup> Das bedeutet, daß eine Gewichtserhöhung einer beliebigen Aktie (im Minimum-Varianz-Portfolio) um 1%-Punkt zu Lasten von Cash zu einer Erhöhung der Portfoliovolatilität von 9,0% auf 9,17% führen würde. Jede mögliche Gewichtsverschiebung im Minimum-Varianz-Portfolio (z.B. Erhöhung des Gewichtes von Vivendi um 1%-Punkt; Reduktion des Gewichtes von BASF um 1%-Punkt) würde eine Erhöhung des Risikos auf über 9,0% nach sich ziehen.<sup>10</sup>

In Tabelle 2 ist die Gewichtung des Minimum-Varianz-Portfolios in Bezug auf die Branchengewichtung dargestellt. In dem Portfolio werden unterdurchschnittlich volatile Branchen wie die Energiewerte und Versorger bevorzugt und entsprechend stark gewichtet. Risikoreichere Branchen sind typischerweise allenfalls nur gering gewichtet. So ist der Anteil an den (risikoreicheren) Zukunftsindustrien wie z.B. Telekommunikation, Technologie und Medien sehr gering.

---

<sup>8</sup> Sofern bei der Konstruktion des Minimum-Varianz-Portfolios auf die Leerverkaufsrestriktion verzichtet wird, besitzt das Minimum-Varianz-Portfolio eine verblüffende Eigenschaft: Seine Kovarianz mit jedem beliebigen Wertpapier des Anlageuniversums sowie mit jedem anderen aus den Aktien des Anlageuniversums bestehenden Portfolio entspricht seiner Varianz. Vgl. dazu Kleeberg (1995), S. 17-19.

<sup>9</sup> Die nicht im Portfolio enthaltenen Aktien besitzen zwingend marginale Risikobeiträge, die größer sind als 0,17%. Zu einer ausführlichen Diskussion und zu den praktischen Einsatzmöglichkeiten von marginalen Risikobeiträge im Portfoliomanagement sei auf den Beitrag von Kehr in diesem Handbuch verwiesen.

<sup>10</sup> In der Konsequenz ergeben sich nach jeder (auch noch so kleinen) Gewichtsverschiebung marginale Risikobeiträge, die sich zwischen den Aktien unterscheiden.

<b>Energie</b>	24,9%
<b>Versorger</b>	23,0%
<b>Chemie</b>	11,7%
<b>Konsumgüter</b>	9,1%
<b>Telekom</b>	6,9%
<b>Banken</b>	6,6%
<b>Nahrungsmittel</b>	5,7%
<b>Autos</b>	5,3%
<b>Versicherung</b>	3,7%
<b>Einzelhandel</b>	1,7%
<b>Technologie</b>	0,8%
<b>Gesundheit</b>	0,7%
<b>Medien</b>	0,1%

**Tabelle 2: Branchengewichtung des Minimum-Varianz-Portfolios**

### 3. Aufbau der empirischen Untersuchung

Im Rahmen der empirischen Untersuchung werden die fundamentalen Multifaktorenmodelle des US-Unternehmens BARRA für die Konstruktion der Minimum-Varianz-Portfolios eingesetzt.<sup>11</sup> Der Untersuchungszeitraum unterscheidet sich auf den fünf Märkten in Abhängigkeit von den verfügbaren Daten und wird in Tabelle 2 wiedergegeben.

<b>Markt</b>	<b>Beginn</b>	<b>Ende</b>	<b>Anzahl Monate</b>
<b>Deutschland</b>	28. Jun 85	30. Mai 96	131
<b>England</b>	31. Dez 80	30. Mai 96	185
<b>Japan</b>	31. Mrz 78	30. Mai 96	218
<b>Kanada</b>	31. Dez 81	30. Mai 96	173
<b>USA</b>	31. Dez 73	30. Mai 96	269

**Tabelle 3: Zeitraum der empirischen Untersuchung auf den verschiedenen Märkten**

<sup>11</sup> Eine Beschreibung fundamentaler Multifaktorenmodelle findet sich bei Beckers et al. (1993), S. 24 ff.; Grinold / Kahn (2000), S. 55 ff. und Kleeberg (1995), S. 61 ff. sowie besonders ausführlich bei Wallmeier (1997).

Im Rahmen der empirischen Untersuchung wird für jeden einzelnen Markt das in Tabelle 4 aufgeführte Benchmarkportfolio und das dazugehörige Anlageuniversum verwendet.<sup>12</sup> Während das Benchmarkportfolio als Vergleichsmaßstab zur Beurteilung des Anlageerfolges dient, stellt das Universum die Liste an Aktien dar, die der Optimierung zugrundeliegen. Die verwendeten kapitalisierungsgewichteten Aktienindizes stellen ein objektives Kriterium zur Beurteilung des Anlageerfolgs dar und sind zudem breit diversifiziert.

Für den deutschen Aktienmarkt steht während des Untersuchungszeitraums weder der C-DAX noch der DAFOX als breit diversifizierte Aktienmarktindizes im Rahmen des verwendeten fundamentalen Multifaktorenmodells zur Verfügung. Deshalb wird das gesamte BARRA-Universum, das per Ende Mai 1996 insgesamt 395 Aktien umfaßt, der Untersuchung als Benchmarkportfolio und Anlageuniversum zugrunde gelegt.

<b>Markt</b>	<b>Benchmark (# Aktien)</b>	<b>Universum (# Aktien)</b>
Deutschland	BARRA-Universum (395)	BARRA-Universum
England	FT All Share (814)	FT All Share (814)
Japan	TOPIX (1226)	Nikkei 500 (500)
Kanada	TSE 300 (300)	TSE 300 (300)
USA	S&P 500 (500)	S&P 500 (500)

**Tabelle 4: Benchmarkportfolio und Anlageuniversum jedes einzelnen untersuchten Marktes (Anzahl der Aktien per Ende Mai 1996)**

Das Minimum-Varianz-Portfolio wird jeweils viermal p.a. zum Quartalsende erstellt, wobei Leerverkäufe bei der Portfoliokonstruktion ausgeschlossen sind. Die Renditen der einzelnen Aktien werden um Dividendenzahlungen und Kapitalveränderungen bereinigt. Die Untersuchung basiert also auf Gesamtrenditen, die neben der Kursrendite auch etwaige Zahlungen zwischen der Gesellschaft und dem Aktionär berücksichtigen.

<sup>12</sup> Am japanischen Markt besteht keine Übereinstimmung zwischen Benchmark und Universum, da der TOPIX mehr als 950 Aktien umfaßt, die im Rahmen der Optimierung mit dem eingesetzten System AURORA maximal verwendet werden können. Der Nikkei 500-Index kommt dagegen nicht als Benchmarkportfolio in Betracht, da er nicht entsprechend der Marktkapitalisierung gewichtet ist. Als Kompromiß werden die im Nikkei 500-Index enthaltenen Aktien als Anlageuniversum verwendet und der TOPIX als Benchmarkportfolio herangezogen.

#### 4. Empirischer Vergleich der Portfolio- und Benchmarkrendite

Tabelle 5 erfaßt die während des Untersuchungszeitraums auf den fünf Märkten ermittelten Renditen des risikominimalen Portfolios und der Benchmark.

	GER	UKI	JPN	CAN	USA
<b>Rendite (Min)</b>	11,03%	20,32%	10,44%	16,12%	14,85%
<b>Rendite (B)</b>	8,04%	17,47%	9,46%	10,21%	13,39%
<b>Rendite aktiv</b>	2,99%	2,85%	0,98%	5,91%	1,46%
<b>Tracking Error</b>	13,86%	9,98%	11,42%	9,31%	4,31%

**Tabelle 5: Vergleichende Analyse der annualisierten Rendite des Minimum-Varianz-Portfolios und der Benchmark**

Die annualisierte Rendite des Minimum-Varianz-Portfolios ist auf allen fünf Märkten ausnahmslos deutlich größer als die annualisierte Rendite der dazugehörigen Benchmark. Die deutlichste Renditedifferenz (aktive Rendite) kann am kanadischen Markt festgestellt werden: Das risikominimale Portfolio erzielt dort pro Jahr eine um 5,91% höhere Rendite als der TSE 300. Die vergleichsweise geringste aktive Rendite wird mit 0,98% p.a. für das japanische Minimum-Varianz-Portfolio beobachtet.

Der aktiven Rendite wird nun ihre Standardabweichung gegenübergestellt. Diese als Tracking Error bezeichnete Risikomaßgröße bringt das Konfidenzintervall zum Ausdruck, innerhalb dessen die aktive Rendite des Minimum-Varianz-Portfolios auf Jahressicht mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 68% um ihren Mittelwert schwankt.<sup>13</sup> Beispielsweise streuen die aktiven Renditen des risikominimalen Portfolios am deutschen Aktienmarkt mit dieser Wahrscheinlichkeit innerhalb einer Bandbreite von plus bzw. minus 13,86 Prozentpunkte um ihre mittlere annualisierte aktive Rendite in Höhe von 2,99% p.a. Ein Tracking Error in dieser Größenordnung ist als ausgesprochen hoch anzusehen und bringt erhebliche Abweichungsrisiken gegenüber der Benchmark zum Ausdruck.<sup>14</sup>

Die Beobachtung, daß das Minimum-Varianz-Portfolio am deutschen, englischen, japanischen und kanadischen Markt trotz seines minimalen Gesamtrisikos einen rela-

<sup>13</sup> Vgl. dazu Kleeberg / Schlenger (1994), S. 233 f. Sofern die aktiven Renditen dem idealtypischen Verlauf einer Normalverteilung folgen, beträgt die angegebene Wahrscheinlichkeit für das Konfidenzintervall 68,27%.

<sup>14</sup> Die Höhe dieser Beobachtungswerte legt die Vermutung nahe, daß der ermittelte Tracking Error überschätzt wird. Diese Gefahr besteht aufgrund serieller Korrelationen der Portfolio- und Benchmarkrenditen. Dieses Problem besteht insbesondere am deutschen Markt, da das Anlageuniversum für die Untersuchungsperiode eine Reihe illiquider Titel umfaßt. Solche Wertpapiere werden im Rahmen der Optimierung c.p. zu hoch gewichtet, da ihre Varianz unterschätzt wird. Vgl. dazu auch Pope / Yadev (1994), S. 30 f.

tiv hohen Tracking Error aufweist, resultiert aus dem konzeptionellen Unterschied zwischen den beiden Risikomaßgrößen. Während sich das Gesamtrisiko als die Standardabweichung der Rendite um ihren Mittelwert berechnet, stellt der Tracking Error die Standardabweichung der monatlichen Renditedifferenzen zwischen dem Portfolio und der Benchmark dar:<sup>15</sup>

$$(4) \quad TE_p = Std(R_p - R_b)$$

$$(5) \quad TE_p = \sqrt{(\beta_p - 1)^2 \cdot Var(R_b) + Var(R_{p,res})}$$

mit:  $TE$  = Tracking Error des Portfolios p,

$Var(R_{p,res})$  = Varianz der Residualrenditen des Portfolios p.

Der Tracking Error wird also immer relativ zu der vorab definierten Benchmark bestimmt. Deshalb besteht nur in dem theoretischen Fall, daß die risikofreie Anlage als Benchmarkportfolio verwendet wird, zwingend eine Identität zwischen dem Gesamtrisiko und dem Tracking Error.

Der relativ geringe Tracking Error des US-amerikanischen Minimum-Varianz-Portfolios läßt also auf eine größere strukturelle Ähnlichkeit dieses Portfolios zu seiner Benchmark schließen als dies für die übrigen risikominimalen Portfolios der Fall ist.

## 5. Analyse des Gesamterfolges des praxisbezogenen Minimum-Varianz-Portfolios

Im Rahmen des praktischen Portfoliomanagements wird insbesondere ein bedeutender Teil der institutionellen Portfolios gegenüber Benchmarkportfolios gesteuert. Der Tracking Error stellt für solche Managementmandate die relevante Risikomaßgröße dar, da er das potentielle Abweichungsrisiko der Portfoliorendite von der Benchmarkrendite quantifiziert. Ein Portfoliomanager, der gegenüber einer Benchmark beurteilt wird, ist daher bestrebt, den Tracking Error bewußt zu kontrollieren. In der Praxis existieren nach der Erfahrung des Autors nur selten benchmarkorientiert gesteuerte Aktienportfolios mit einem Tracking Error von größer als 5%. Daraus ergibt sich für das praxisbezogene Minimum-Varianz-Portfolio die Notwendigkeit einer Reduktion des Tracking Errors, die sich durch eine Beschränkung der Gewichtungsdifferenzen in den einzelnen Aktien zwischen dem Portfolio und der Benchmark erreichen läßt.<sup>16</sup>

<sup>15</sup> Vgl. Pope / Yadev (1994), S. 28 und Kleeberg / Schlenger (1994), S. 233.

<sup>16</sup> Im Extremfall einer durch die Restriktionen bedingten vollständigen Übereinstimmung zwischen der Portfolio- und Benchmarkstruktur würde der Tracking Error null betragen. In der Praxis läßt sich eine Benchmarkorientierung auch durch die Mischung von (Benchmark-) Futures mit dem Minimum-Varianz-Portfolio erreichen.

Ein zweites institutionelles Problem besteht darin, daß das ursprüngliche Minimum-Varianz-Portfolio eine Reihe niedrig kapitalisierter und damit häufig illiquider Nebenwerte in einer vergleichsweise hohen Gewichtung enthält.<sup>17</sup> Eine unzureichende Liquidität einiger Titel kann dem realen Kauf und der sich anschließenden periodischen Umschichtung des risikominimalen Portfolios entgegenstehen.<sup>18</sup> Diese Problematik fällt vor allem bei größeren Anlagevolumina ins Gewicht, die im Kreis der institutionellen Investoren i.a. vorhanden sind. Aus diesem Grund sollte die maximale Gewichtung der einzelnen Aktien an ihre Liquidität gekoppelt werden. Als stellvertretende Variable für die Liquidität läßt sich dabei die Marktkapitalisierung verwenden, indem das Maximalgewicht jeder einzelnen Aktie an ihren prozentualen Anteil innerhalb der kapitalisierungsgewichteten Benchmark geknüpft wird.<sup>19</sup>

Um sowohl einen moderaten Tracking Error als auch eine ausreichende Liquidität der ausgewählten Titel sicherzustellen, wird im Rahmen der Erstellung des praxisbezogenen Minimum-Varianz-Portfolios das maximale Gewicht jeder Aktie auf ihr dreifaches Benchmarkgewicht beschränkt, wobei Leerverkäufe weiterhin ausgeschlossen sind.

Um ferner die rechtlichen Rahmenbedingungen des KAGG nicht zu verletzen, wird außerdem das maximale Gewicht jeder einzelnen Aktie im praxisbezogenen Minimum-Varianz-Portfolio auf 5% begrenzt.<sup>20</sup> Im Rahmen der quartalsweisen Erstellung des praxisbezogenen risikominimalen Portfolios werden damit die folgenden Nebenbedingungen berücksichtigt:

$$\sum_{i=1}^n w_{i,p}(t) = 1 \quad (\text{Anlagesumme voll investiert})$$

$$w_{i,p}(t) \geq 0 \quad \forall i \quad (\text{Ausschluß von Leerverkäufen}),$$

$$w_{i,p}(t) \leq 5\% \quad \forall i \quad (\text{maximales Gewicht pro Aktie höchstens 5\%}),$$

$$w_{i,p}(t) \leq 3 \cdot w_{i,b}(t) \quad \forall i \quad (\text{maximal dreifaches Benchmarkgewicht}).$$

<sup>17</sup> So sind im Rahmen des ursprünglichen Minimum-Varianz-Portfolios oftmals Aktien vergleichsweise hoch gewichtet, die in der entsprechenden (kapitalisierungsgewichteten) Benchmark ein nur geringes Gewicht besitzen.

<sup>18</sup> Außerdem besteht die Gefahr, daß die Risikoparameter von illiquiden Aktien aufgrund serieller Korrelationen ihrer Renditen nach unten verzerrt sind.

<sup>19</sup> Es sei darauf hingewiesen, daß die Marktkapitalisierung kein unproblematisches Liquiditätsmaß darstellt, da die Aktien mancher Unternehmen zu einem bestimmten Teil in festen Händen liegen und damit eine geringere Liquidität aufweisen als sich auf der Grundlage der Marktkapitalisierung vermuten läßt.

<sup>20</sup> Nach § 8a Abs. 1 des Gesetzes über Kapitalanlagegesellschaften dürfen die Wertpapiere eines Ausstellers 5% nicht übersteigen.

Im folgenden wird das praxisbezogene Minimum-Varianz-Portfolio hinsichtlich seiner Rendite und seines Risikos im Vergleich zur Benchmark analysiert. Die Ergebnisse werden zunächst dem ursprünglichen risikominimalen Portfolio gegenübergestellt, um den Einfluß der praxisbezogenen Restriktionen auf den Gesamterfolg darzustellen.

Tabelle 6 liefert eine Übersicht über die Anzahl an Aktien, die beispielhaft per 31.07.1993 im ursprünglichen und im praxisbezogenen Minimum-Varianz-Portfolio enthalten sind. Zunächst fällt auf, daß das ursprüngliche risikominimale Portfolio vergleichsweise wenige Titel aufweist. So besteht das japanische Minimum-Varianz-Portfolio aus lediglich 18 verschiedenen Aktien und damit aus nur 3.6% der im Anlageuniversum (Nikkei 500) enthaltenen Werte. Auch an den übrigen Märkten umfaßt das ursprüngliche Minimum-Varianz-Portfolio nur auffallend wenige Titel. Im Gegensatz dazu zeichnet sich das praxisbezogene risikominimale Portfolio durch eine wesentlich breitere Streuung und damit einen realistischeren Anlagevorschlag aus. So sind selbst in Japan immerhin 40,2% und in den anderen Ländern bis zu 72,2% (USA) der im Anlageuniversum enthaltenen Aktien auch im risikominimalen Portfolio vertreten.

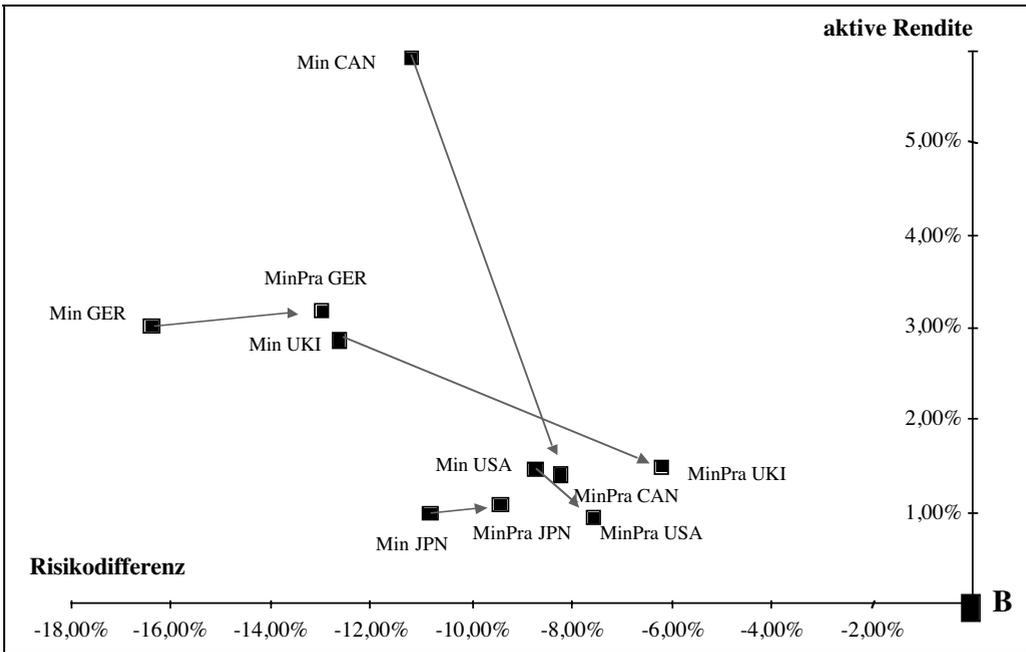
	GER	UKI	JPN	CAN	USA
<b>Min</b>	36	37	18	30	58
<b>%Min</b>	10,26%	4,55%	3,60%	10,00%	11,60%
<b>MinPra</b>	177	493	201	164	361
<b>%MinPra</b>	50,43%	60,57%	40,20%	54,67%	72,20%

**Tabelle 6: Anzahl der Aktien im ursprünglichen und im praxisbezogenen Minimum-Varianz-Portfolio per 31.07.1993**

Abbildung 2 liefert einen Überblick über die Rendite- und Risikodifferenz des praxisbezogenen Minimum-Varianz-Portfolios (MinPra) und des ursprünglichen risikominimalen Portfolios (Min) im Vergleich zur jeweiligen Benchmark (B), deren Lage durch den Ursprung des Koordinatenkreuzes determiniert wird. Der horizontale Abstand des jeweiligen Portfolios zur Ordinate beschreibt die Risikodifferenz,<sup>21</sup> der vertikale Abstand zur Abzisse die Renditedifferenz der einzelnen Portfolios zu ihrer Benchmark.<sup>22</sup>

<sup>21</sup> Die Risikodifferenz wird wie folgt ermittelt:  $Std_{Diff} = (-1) \cdot \sqrt{Var(R_b) - Var(R_p)}$ .

<sup>22</sup> Die Renditedifferenz zwischen dem Portfolio und der jeweiligen Benchmark wird als aktive Rendite bezeichnet.



**Abbildung 2: Annualisierte Rendite- und Risikodifferenz des praxisbezogenen und ursprünglichen Minimum-Varianz-Portfolios im Vergleich zur Benchmark**

Bei einer Betrachtung der Beobachtungswerte fällt zunächst auf, daß auch die praxisbezogenen Minimum-Varianz-Portfolios (MinPra) bei einem deutlich geringeren Gesamtrisiko eine höhere Rendite als das jeweilige Benchmarkportfolio (B) erzielen. Ausgehend von der aktiven Rendite und der Risikodifferenz der ursprünglichen risikominimalen Portfolios (Min) läßt sich eine durch die Pfeile kenntlich gemachte Positionsverschiebung der Portfolios nach der Implementierung der praxisbezogenen Restriktionen beobachten, die auf sämtlichen Märkten erwartungsgemäß zu einer Zunahme des Risikos führt. Diese Bewegung in Richtung der Benchmark spiegelt die beabsichtigte stärkere Kopplung der praxisbezogenen Portfolios an das jeweilige Vergleichsportfolio wider. Im Hinblick auf die Renditedifferenz zur Benchmark ist vor allem am kanadischen Aktienmarkt durch die Einführung der Restriktionen ein deutlicher Rückgang zu verzeichnen. Auf der anderen Seite fällt die Rendite des Minimum-Varianz-Portfolios am deutschen und am japanischen Aktienmarkt nach der Implementierung der praxisbezogenen Restriktionen größer aus als zuvor.

## 6. Analyse der Residualrendite des praxisbezogenen Minimum-Varianz-Portfolios

Nachdem sich die Analyse des praxisbezogenen Minimum-Varianz-Portfolios im vorangegangenen Abschnitt auf den Gesamterfolg bezog, soll im folgenden seine Residualrendite empirisch untersucht werden, die als Maßgröße für die Beurteilung des Erfolges der Anlagestrategie Verwendung findet.<sup>23</sup> Die Residualrendite ermittelt sich als Differenz zwischen der Rendite des Portfolios und seiner systematischen Rendite:

$$(6) \quad R_{p,res}(t) = R_p(t) - \left[ R_f(t) + \beta_{p,fund}(t) \cdot (R_b(t) - R_f(t)) \right]$$

mit:  $R_{p,res}(t)$  = Residualrendite des Portfolios p in der Periode t,  
 $\beta_{p,fund}(t)$  = fundamentales Beta des Portfolios p in der Periode t<sup>24</sup>,  
 $R_p(t)$  = Rendite des Portfolios p in der Periode t,  
 $R_b(t)$  = Rendite des Benchmarkportfolios in der Periode t,  
 $R_f(t)$  = risikoloser Zinssatz in der Periode t.

Die Residualrendite stellt damit den Teil der Renditedifferenz zwischen der Portfolio- und Benchmarkrendite dar, der sich nicht durch das Portfoliobeta erklären läßt und damit Ausfluß des Residualrisikos ist. Im Rahmen der realen Implementierung einer Minimum-Varianz-Strategie läßt sich der systematische Beitrag zur aktiven Rendite neutralisieren, indem das Portfoliobeta zu Beginn jeder Periode durch den Kauf von auf die Benchmark lautenden Futureskontrakten oder durch eine an die Investition in das Minimum-Varianz-Portfolio gekoppelte Kreditaufnahme auf einen Wert von 1 ausgerichtet wird. Insofern stellt die Residualrendite die für die Beurteilung einer Minimum-Varianz-Strategie relevante Renditemaßgröße dar.<sup>25</sup>

Anders ausgedrückt, entspricht die Residualrendite der um den systematischen Teil bereinigten Renditedifferenz:

$$(7) \quad R_{p,res}(t) = R_{p,akt}(t) - (\beta_{p,fund}(t) - 1) \cdot (R_b(t) - R_f(t)).$$

Analog zu der formalen Darstellung in Gleichung (5) läßt sich die Berechnung der Residualrendite in Tabelle 7 durch die Subtraktion der systematischen Rendite von der Portfoliorendite nachvollziehen.

<sup>23</sup> Zur Bedeutung der Residualrendite (also des Alphas) im Portfoliomanagement siehe den Beitrag von Sauer in diesem Handbuch.

<sup>24</sup> Das fundamentale Beta prognostiziert das Beta eines Wertpapiers durch seine fundamentale Struktur wie der Branchenzugehörigkeit, Marktkapitalisierung, Dividendenrendite u.a. Vgl. dazu vor allem Zimmermann (1997) sowie Rosenberg (1985), S. 5 ff. und Kleeberg (1992), S. 474.

<sup>25</sup> Vgl. Kleeberg (1995), S. 101 ff.

	GER	UKI	JPN	CAN	USA
<b>Rendite (MinPra)</b>	11,20%	18,94%	10,55%	11,60%	14,32%
<b>sys. Rendite</b>	7,95%	16,56%	7,18%	10,45%	12,63%
<b>R res. (p.a.)</b>	<b>3,25%</b>	<b>2,38%</b>	<b>3,37%</b>	<b>1,16%</b>	<b>1,68%</b>
<b>t-Wert</b>	<b>2,29</b>	<b>2,71</b>	<b>2,28</b>	<b>1,03</b>	<b>2,86</b>
<b>Signifikanzniveau</b>	2,38%	0,73%	2,38%	30,37%	0,46%

**Tabelle 7: Residualrendite des praxisbezogenen Minimum-Varianz-Portfolios**

Die Residualrendite fällt für sämtliche praxisbezogenen Portfolios positiv aus. Die höchsten Werte ergeben sich für das japanische Portfolio mit 3,37% p.a. und das deutsche Portfolio mit 3,25% p.a. Die geringste Residualrendite wird mit 1,16% p.a. am kanadischen Markt beobachtet.

Die t-Werte dokumentieren eine statistische Signifikanz für die Residualrenditen des deutschen, englischen, japanischen und US-amerikanischen Portfolios. Damit wird auf diesen Märkten eine Renditeanomalie beobachtet, die sich im Rahmen einer realen Anlagestrategie realisieren läßt. Diese Schlußfolgerung mag auf den ersten Blick paradox erscheinen, da sich nach der Kapitalmarkttheorie nur dann höhere Renditen erwirtschaften lassen, wenn der Anleger entsprechend größere Risiken übernimmt. Das festgestellte positive Anlageresultat führt jedoch nicht die Theorie ad absurdum, sondern zeigt, daß die als Benchmarkportfolios verwendeten kapitalisierungsgewichteten Aktienindizes unterhalb der in der Abbildung 1 beschriebenen Effizienzkurve liegen. Dieses Ergebnis darf damit als eine Ermunterung für das aktive Portfoliomanagement verstanden werden, das darauf ausgelegt ist, einen vorgegebenen Index risikoadjustiert zu „schlagen“. Eine risikominimale Strategie bietet einen möglichen Weg, um dies zu erreichen.<sup>26</sup>

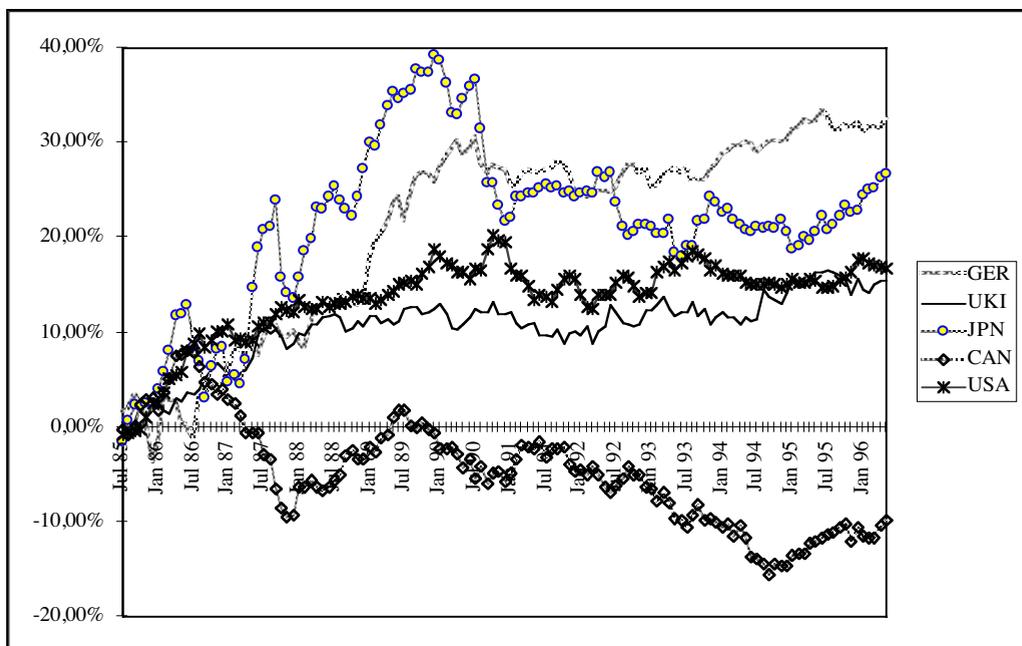
## 7. Globale Untersuchung

Mit der Beobachtung des Minimum-Varianz-Effektes stellt sich die Frage, ob es sich dabei um mehrere lokale Anomalien oder um eine globale Renditeanomalie handelt.<sup>27</sup> Zur Beantwortung dieser Frage werden im folgenden die Residualrenditen der fünf praxisbezogenen Minimum-Varianz-Portfolios während der gemeinsamen Teilperiode

<sup>26</sup> Die Ursache des Anlageerfolgs von Minimum-Varianz-Strategien wird in diesem Beitrag nicht untersucht. Eine ausführliche Diskussion findet sich bei Kleeberg (1995), S. 157 ff.

<sup>27</sup> Eine globale Untersuchung auf der Basis sechs europäischer Märkte wird von Rohweder vorgenommen, der den Anlageerfolg eines globalen Minimum-Varianz-Portfolios in Abhängigkeit zweier alternativer Varianz-Kovarianz-Schätzer untersucht. Dabei werden positive Residualrenditen festgestellt, die jedoch nur teilweise statistisch signifikant sind. Vgl. Rohweder (1995), S. 111 ff.

von Juni 1985 bis Mai 1996 untersucht und miteinander verglichen. Abbildung 3 liefert einen Überblick.<sup>28</sup>



**Abbildung 3: Kumulierte Residualrenditen der praxisbezogenen Minimum-Varianz-Portfolios**

Zunächst fällt auf, daß die Residualrendite am kanadischen Markt während dieser Teilperiode negativ ausfällt; der Verlauf ist dabei allerdings seit Oktober 1994 wieder in positive Richtung gerichtet. Insgesamt läßt sich damit festhalten, daß die zuvor in Tabelle 6 während des längeren Zeitraums ausgewiesene positive Residualrendite des kanadischen Minimum-Varianz-Portfolios ausschließlich während der Teilperiode von Ende Dezember 1981 bis Ende Juni 1985 generiert worden ist.

Die übrigen Minimum-Varianz-Portfolios weisen für die untersuchte Teilperiode alleamt einen positiven Verlauf der Residualrendite auf. Dabei ist insbesondere die Entwicklung am japanischen und am deutschen Markt einerseits von einer starken Dynamik und andererseits von einer großen Volatilität geprägt.

<sup>28</sup> Die in den Abbildungen 3 und 4 dargestellten kumulierten Renditen sind als logarithmierte Größen aufbereitet, weil dadurch im Gegensatz zu der diskreten Darstellungsweise eine Vergleichbarkeit der Renditeveränderung im Zeitablauf sichergestellt ist. Alle anderen in diesem Beitrag dargestellten Renditen sind als diskrete Größen berechnet.

Bei einem Vergleich des Verlaufs der Residualrenditen an den fünf Märkten ist kaum ein „Gleichlauf“ zu beobachten. Statt dessen weist die Residualrendite jedes einzelnen Portfolios ein individuelles Renditemuster auf und scheint sich losgelöst von den übrigen Portfolios zu entwickeln. Dies legt die Vermutung nahe, daß es sich bei dem Minimum-Varianz-Effekt um fünf einzelne und damit um lokale Renditeanomalien handelt.

Zur Beantwortung dieser Fragestellung sind in Tabelle 8 die Korrelationskoeffizienten der lokalen Residualrenditen dargestellt.

	GER	UKI	JPN	CAN	USA
GER	1,00	-0,01	0,14	0,01	-0,07
UKI		1,00	0,23	-0,04	0,21
JPN			1,00	0,17	0,01
CAN				1,00	0,05
USA					1,00

**Tabelle 8: Korrelationsmatrix der Residualrenditen  
(Zeitraum 28. Juni 1985 bis 31. Mai 1996)**

Die Korrelationskoeffizienten fallen allesamt sehr niedrig aus. Der Durchschnittswert für die 10 Wertepaare beträgt lediglich 0.07. Für drei Wertepaare werden sogar negative Korrelationskoeffizienten ermittelt. Insgesamt wird damit deutlich, daß es sich bei dem Minimum-Varianz-Effekt nicht um ein globales Phänomen, sondern um einzelne lokale Renditeanomalien handelt.

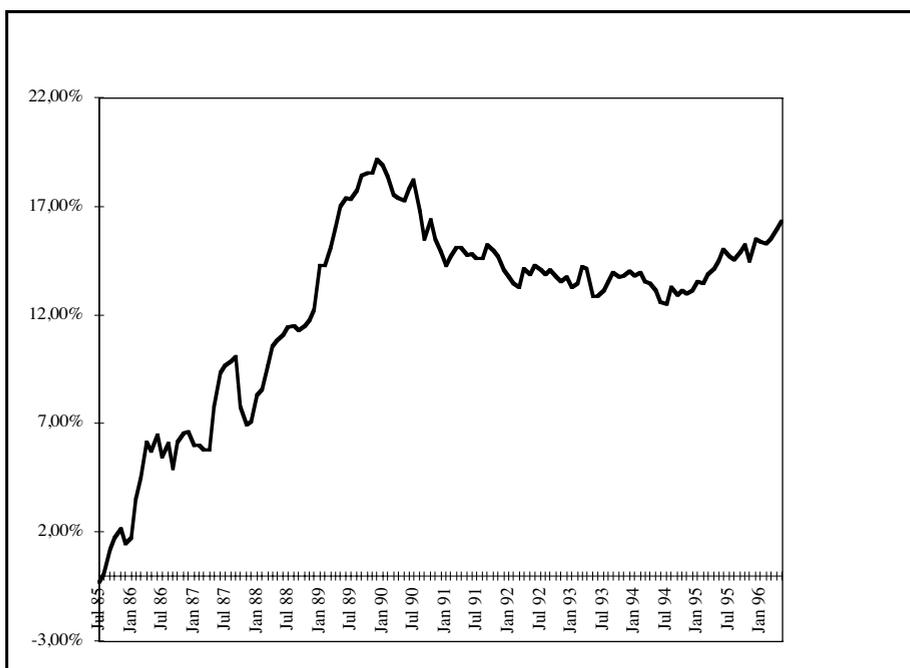
Diese Beobachtung versteht sich zugleich als Hinweis darauf, daß eine Minimum-Varianz-Strategie global implementiert werden sollte, da sich die Standardabweichung der globalen Residualrendite durch den Diversifikationseffekt im Vergleich zu den gewichteten Einzel-Residualrisiken reduziert. Im folgenden wird deshalb ein globales Minimum-Varianz-Portfolio untersucht, das durch eine Gleichgewichtung der unterliegenden fünf Einzelportfolios gebildet wird. Analog dazu wird ein globales Benchmarkportfolio konstruiert.<sup>29</sup> Die Residualrendite des globalen Portfolios ergibt sich damit durch eine Gleichgewichtung der lokalen Residualrenditen.

Abbildung 4 zeigt die logarithmierte kumulierte Residualrendite des globalen Minimum-Varianz-Portfolios. Der Graph weist eine per Saldo deutlich positive Residual-

<sup>29</sup> Da die Untersuchung losgelöst von einer Währungsperspektive durchgeführt wird, werden Währungseinflüsse bei der Analyse ausgeklammert. Der Einfluß von Währungsentwicklungen auf das Untersuchungsergebnis ist ohnehin gering, da sowohl das jeweilige Portfolio als auch die dazugehörige Benchmark von der Währungsentwicklung betroffen sind und sich die Währungseinflüsse größtenteils (bis auf die Residualrendite) neutralisieren.

rendite auf, die während des Zeitraums von November 1989 bis Januar 1991 durch eine Schwächeperiode charakterisiert ist.

Viele Renditeanomalien verschwinden, sobald sie entdeckt worden sind, da die Marktteilnehmer versuchen, sich mit der Anomalie einen komparativen Vorteil zu sichern. Im Rahmen der 1995 veröffentlichten Untersuchung über den Anlageerfolg des Minimum-Varianz-Portfolios wurden Daten verwendet, die bis Juli 1993 reichen.<sup>30</sup> Damit liegt die Vermutung nahe, daß die Renditeanomalie nach Veröffentlichung der Untersuchungsergebnisse im März 1995 verschwunden ist. Dies läßt sich nicht bestätigen. Vielmehr fällt auf, daß sich die Residualrendite des globalen Minimum-Varianz-Portfolios auch nach diesem Zeitpunkt positiv entwickelt. Offensichtlich werden Minimum-Varianz-Strategien von den Marktteilnehmern bislang allenfalls am Rande umgesetzt.



**Abbildung 4: Kumulierte Residualrendite des globalen Minimum-Varianz-Portfolios**

Tabelle 9 zeigt die numerischen Parameter für das gleichgewichtete globale Portfolio sowie für die einzelnen Märkte. Während die Residualrendite des globalen Portfolios durch die gleichgewichtete Summe der Residualrenditen der fünf unterliegenden Länder determiniert wird, geht hinsichtlich des Residualrisikos eine deutliche Reduktion

<sup>30</sup> Vgl. Kleeberg (1995), S. 117.

einher, die durch die geringen Korrelationen der Residualrenditen bedingt wird. So fällt das Residualrisiko des globalen Portfolios mit 2,26% sogar deutlich geringer aus als das des risikoärmsten Einzelportfolios (USA).

	GER	UKI	JPN	CAN	USA	Global
<b>R res. (p.a)</b>	3,25%	1,47%	2,33%	-1,00%	1,74%	<b>1,56%</b>
<b>Std res. (p.a)</b>	4,47%	3,09%	6,79%	3,82%	2,86%	<b>2,26%</b>
<b>Monate</b>	131	131	131	131	131	<b>131</b>
<b>t-Wert</b>	2,22	1,56	1,30	-0,72	1,82	<b>2,33</b>
<b>Signifikanzniveau</b>	2,78%	12,08%	19,53%	47,37%	7,07%	<b>2,13%</b>

**Tabelle 9: Signifikanztest der lokalen und globalen Residualrendite  
(Zeitraum: 28. Juni 1985 bis 31. Mai 1996)<sup>31</sup>**

Obwohl die Residualrendite am kanadischen Markt negativ ist und nur am deutschen und am US-amerikanischen Markt statistisch signifikant von Null verschieden ist (Signifikanzniveau <10%), wird für das globale Minimum-Varianz-Portfolio während der relativ kurzen Untersuchungsperiode von 131 Monaten eine statistisch signifikante Residualrendite beobachtet. Damit läßt sich die folgende Wahrscheinlichkeitsaussage formulieren:

*Die Residualrendite des globalen Minimum-Varianz-Portfolios ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 97,87% auch außerhalb der von Juli 1985 bis Juni 1996 reichenden Stichprobe von Null verschieden.*

Als Fazit läßt sich somit festhalten, daß die globale Implementierung einer Minimum-Varianz-Strategie aufgrund des deutlichen Diversifizierungspotentials am erfolgsversprechendsten erscheint.

## 8. Praktischer Einsatz

Im Rahmen dieses Beitrags wird der Anlageerfolg von internationalen Minimum-Varianz-Strategien an fünf verschiedenen Aktienmärkten untersucht. Mit einer solchen Strategie ist ein Anlagekonzept umschrieben, das den Sicherheitsaspekt bei der Kapitalanlage in den Vordergrund stellt. Damit spricht eine Minimum-Varianz-Strategie vor allem konservative und risikobewußte Anleger an.

Um den Praxisbezug der Untersuchungsergebnisse sicherzustellen, wurde ein praxisbezogenes Minimum-Varianz-Portfolio erstellt, das den typischen Anlagerestriktionen institutioneller Anleger gerecht wird. Trotz seines geringen Risikos wird für das Mi-

<sup>31</sup> Die Renditen beschreiben den Mittelwert der monatlichen Beobachtungswerte. Die Standardabweichung bezieht sich ebenfalls auf Monatswerte. Zur Annualisierung ist die Standardabweichung mit der Quadratwurzel aus 12 zu multiplizieren.

nimum-Varianz-Portfolio auf sämtlichen fünf Märkten innerhalb der Stichprobe eine höhere Rendite als für die jeweilige Benchmark beobachtet. Die Residualrendite ist auf allen fünf Märkten positiv und mit Ausnahme des kanadischen Marktes statistisch signifikant. Es konnte gezeigt werden, daß es sich bei dem Minimum-Varianz-Effekt um einzelne lokale Überrenditeeffekte handelt. Aufgrund des daraus resultierenden großen Diversifikationspotentials des Residualrisikos ist die praktische Implementierung einer Minimum-Varianz-Strategie insbesondere für global investierende Anleger attraktiv.

Trotz der vielversprechenden Untersuchungsergebnisse ist das Interesse an risikominimalen Anlagestrategien in der Praxis bislang eher gering. Der wesentliche Grund dafür mag darin liegen, dass die in einer Investment-Organisation mit hohem Aufwand erstellten Renditeprognosen bei der Konstruktion des Minimum-Varianz-Portfolios keine Beachtung finden. Den Entscheidungsträgern fällt es deshalb besonders schwer, ein solches Anlagekonzept sowohl intern als auch vor Kunden zu vertreten und rigoros umzusetzen. Nicht zuletzt deshalb erscheint eine „abgefederte“ Umsetzung von Minimum-Varianz-Portfolios für die Praxis praktikabler zu sein, die das Konzept intern mit anderen (benchmarkorientierten) Portfolios kombiniert. Werden Anlagestrategien auf der Basis riskominimaler Portfolios auf diese Weise umgesetzt, sollten sie sowohl bei institutionellen als auch bei anspruchsvollen privaten Investoren in Zukunft auf zunehmendes Interesse stoßen.

## Literaturverzeichnis

**Beckers, S. / Cummins, P. / Woods, C. (Beckers et al., 1993):** The Estimation of Multiple Factor Models and their Application: The Swiss Equity Market, in: Finanzmarkt und Portfolio Management, 7. Jg., 1993, Nr. 1, S. 24-45.

**Fama, E. F. (Fama, 1976):** Foundations of Finance, Portfolio Decisions and Security Prices, New York 1976.

**Grinold, R. C. / Kahn, R. N. (Grinold / Kahn, 2000):** Active Portfolio Management, 2nd edition, New York 2000.

**Kleeberg, J. M. (Kleeberg, 1992):** Der Einsatz von fundamentalen Betas im modernen Portfoliomanagement, in: Die Bank, o. Jg., 1992, Nr. 8, S. 474-478.

**Kleeberg, J. M. (Kleeberg, 1995):** Der Anlageerfolg des Minimum-Varianz-Portfolios. Eine empirische Untersuchung am deutschen, englischen, japanischen, kanadischen und US-amerikanischen Aktienmarkt, 2. Aufl., Bad Soden/ Taunus 1995.

**Kleeberg, J. M. / Schlenger, C. (Kleeberg / Schlenger, 1994):** Konzeption und Performance einer europäischen Indexanlage, in: Finanzmarkt und Portfolio Management, 8. Jg., 1994, Nr. 2, S. 229-241.

**Markowitz, H. M. (Markowitz, 1959):** Portfolio Selection - Efficient Diversification of Investments, New York 1959.

- Michaud, R. O. (Michaud, 1989):** The Markowitz Optimization Enigma: Is „Optimized“ Optimal?, in: Financial Analysts Journal, Vol. 45, 1989, January-February, S. 31-42.
- Meyer-Bullerdiek, F. (Meyer-Bullerdiek, 1998):** Der Einsatz von Futures im Bondmanagement, in: Kleeberg/Rehkugler (Hrsg.), Handbuch Portfoliomanagement, 1. Auflage, Bad Soden/Ts. 1998, S. 717 – 742.
- Muller, P. (Muller, 1993):** Empirical Tests of Biases in Equity Portfolio Optimization, in: Zenios (Hrsg.), Financial Optimization, Cambridge 1993, S. 80 - 98.
- Pope, P. F. / Yadev, P. K. (Pope/ Yadev, 1994):** Discovering Errors in Tracking Error, in: Journal of Portfolio Management, Vol. 20, 1994, Winter, S. 27-32.
- Rohweder, H. C. (Rohweder, 1995):** Minimum-Variance-Investing - des Kaisers neue Kleider?, in: Finanzmarkt und Portfolio Management, 9. Jg., 1995, Nr. 1, S. 111-126.
- Rosenberg, B. (Rosenberg, 1985):** Prediction of Common Stock Betas, in: Journal of Portfolio Management, Vol. 11, 1985, Winter, S. 5-14.
- Rudd, A. / Clasing, H. K. (Rudd / Clasing, 1988):** Modern Portfolio Theory, 2<sup>nd</sup> edition, Orinda 1988.
- Steiner, M. / Bruns, C. (Steiner / Bruns, 1996):** Wertpapiermanagement, 5. Aufl., Stuttgart 1996.
- Wallmeier, M. (Wallmeier, 1997):** Einflußgrößen der Aktienbewertung, Bad Soden/ Taunus 1997.
- Zimmermann, P. (Zimmermann, 1997):** Schätzung und Prognose von Betawerten, Bad Soden/ Taunus 1997.