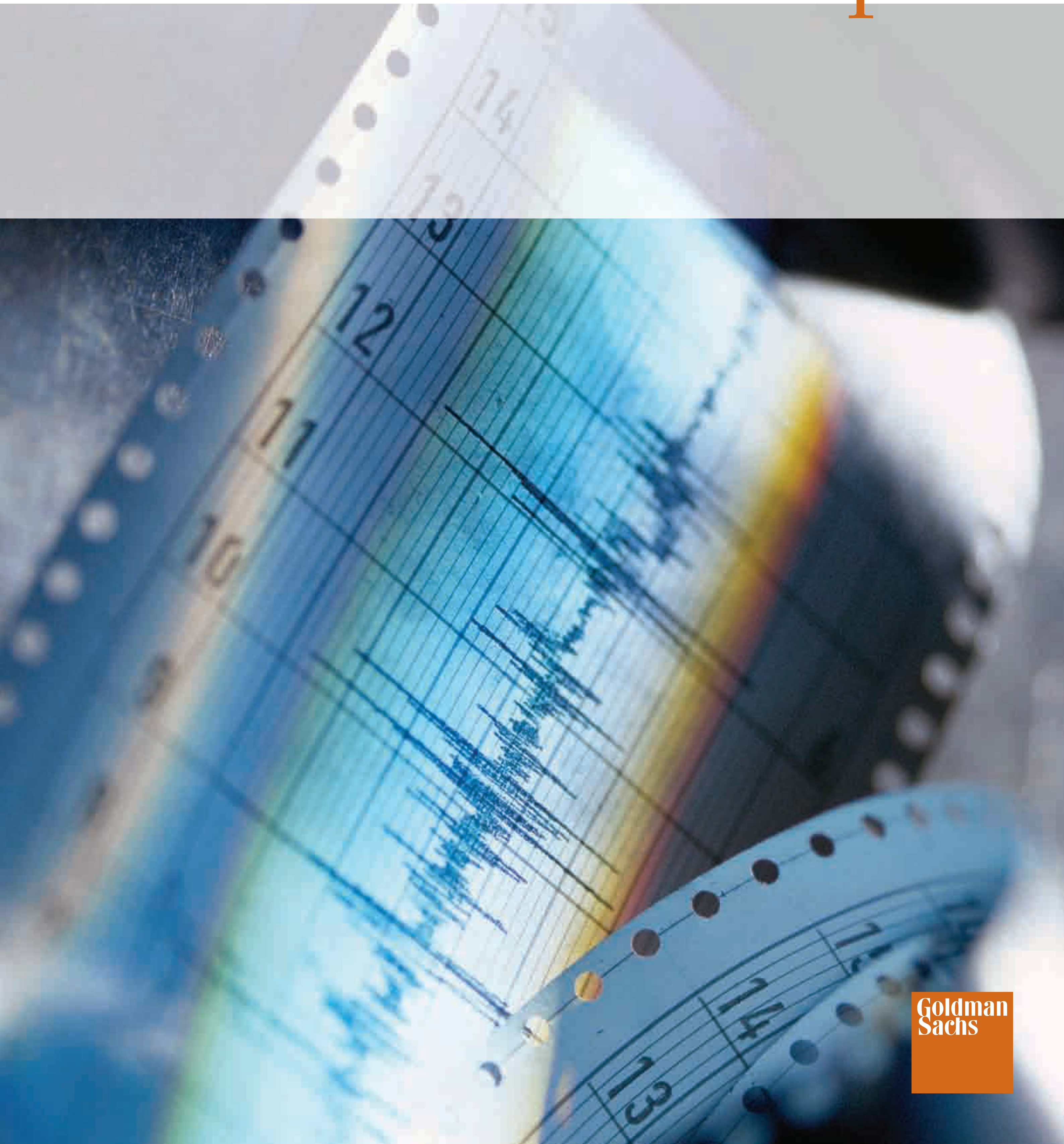
Volatilitäts-Kompass



Goldman Sachs

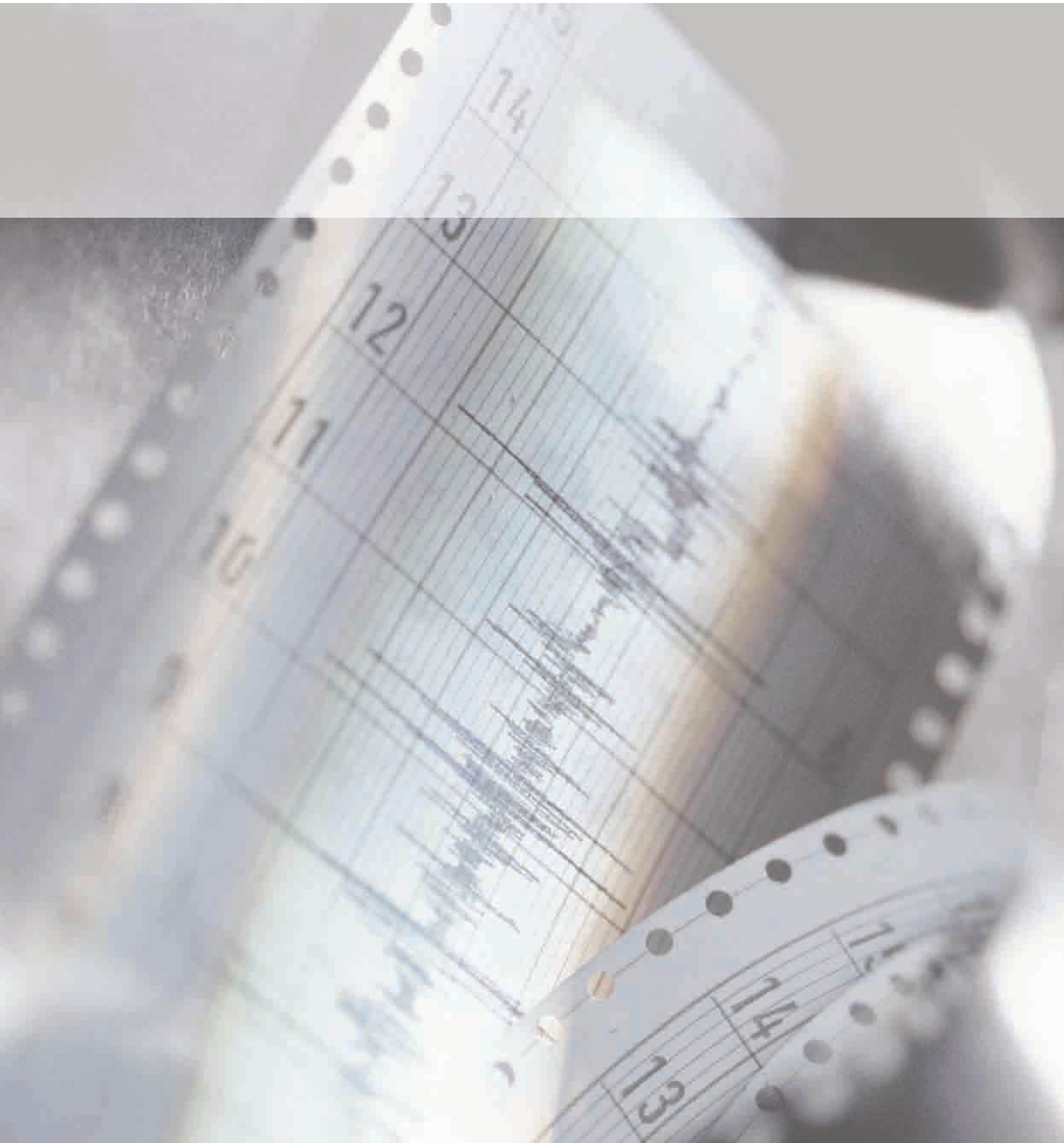
www.derivate-forum.de

ERFÜLLT DEN DERIVATE KODEX

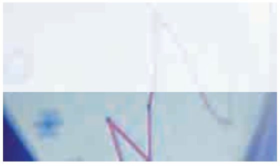
DERIVATE FORUM

FÜR PRIVATANLEGER

Volatilitäts-Kompass



Inhalt



Die Bedeutung von Volatilität

01

Volatilität als Kennzahl für das Ausmaß der Schwankungen von Kursen an Finanzmärkten erfährt in den letzten Jahren eine immer größere Beachtung. Dies hat im Wesentlichen zwei Gründe: Zum einen werden Derivate, d.h. Finanzprodukte, deren Wert sich vom Kurs eines Basiswerts ableitet, immer populärer. So macht beispielsweise die Hedgefonds-Industrie, die in den letzten Jahren einen großen Zuwachs an Anlegergeldern verzeichnen konnte, starken Gebrauch von Derivaten. Die Volatilität, d.h. die Schwankungsintensität des jeweiligen Basiswerts, ist ein zentraler Bestandteil eines jeden Preisberechnungsmodells und demnach von enormer Bedeutung. Zum anderen wird Volatilität zunehmend auch als Anlageklasse entdeckt. Da die Korrelation zwischen globalen Aktienmärkten zugenommen hat, ist eine Diversifikation über verschiedene Länder nicht mehr so effektiv wie früher. Volatilität dagegen weist eine negative Korrelation mit Aktienrenditen auf und eignet sich somit gut zur Risikostreuung und Depotbeimischung.

In den nachfolgenden Kapiteln wollen wir zunächst Hintergrundwissen zusammenfassen, das für den erfolgreichen Handel von Volatilität erforderlich ist. In Kapitel 2 werden wir empirische Fakten über Volatilität und Volatilitätsmodelle erörtern und die Optionspreistheorie anhand des Black-Scholes-Modells darstellen. Im dritten Kapitel werden Volatilitätsindizes vorgestellt, in Kapitel 4 wird erläutert, welche Produkte und Strategien für den Handel von Volatilität zur Verfügung stehen. Kapitel 5 fasst zusammen, wie Volatilität im Kontext der Portfoliotheorie einzuordnen ist. Nach einem Fazit in Kapitel 6 gibt Kapitel 7 einen Überblick über weiterführende Informationen.

Hintergrund

02

Volatilität wird in der Finanzwelt als eine der bedeutendsten Risikokennzahlen angesehen. Allerdings ist diese Risikokennziffer ein zweischneidiges Schwert. Gehen wir beispielsweise von einem simplen Aktieninvestment aus, so gibt Volatilität keine Auskunft darüber, ob die Aktie steigen oder fallen wird. Vielmehr bedeutet eine gestiegene Volatilität zum einen, dass die Wahrscheinlichkeit von großen Kursverlusten gestiegen ist, zum anderen aber auch, dass es wahrscheinlicher geworden ist, dass die Aktie starke Kursgewinne verzeichnen wird. Demzufolge ist es nun weniger wahrscheinlich, dass die Aktie dicht um das aktuelle Niveau schwankt.

Der Begriff Volatilität wird dieser Tage zwar häufig verwendet, allerdings ist die Definition nicht immer ganz eindeutig. Es geht in diesem Abschnitt daher zunächst um die Grundlagen, die zum Verständnis der verschiedenen Volatilitätskonzepte nötig sind.

2.1 Einführung in die Statistik der Finanzmärkte

Finanzmärkte sind für Wissenschaftler aus diversen Fachbereichen ein interessantes Forschungsgebiet. Zum einen sind ausreichend Daten für empirische Studien vorhanden, zum anderen können sich neue Erkenntnisse sprichwörtlich bezahlt machen. Zudem gibt es etliche Fragestellungen, die noch nicht abschließend beantwortet sind. So beschäftigen sich nicht nur Wirtschaftswissenschaftler, sondern auch Mathematiker, Physiker und Ingenieure mit den statistischen Eigenschaften von Finanzmarktdaten. Insbesondere auf dem Gebiet der Volatilität hat sich in den letzten Jahren einiges getan. Robert F. Engle und Clive W.J. Granger haben 2003 den Wirtschaftsnobelpreis u.a. für ihre Forschungen zur Modellierung von Volatilität gewonnen. Das in diesem Zusammenhang zu nennende Stichwort lautet GARCH-Modell, das wir in Kapitel 2.2.1 detaillierter vorstellen.

2.1.1 Renditen und Volatilität

In der nachfolgenden Analyse wird häufig die Rede von Renditen sein. Damit ist in der Regel die prozentuale Veränderung des Aktienkurses von einem Tag auf den anderen gemeint. Häufig wird diese durch die Differenz der logarithmierten Preise dargestellt, was ungefähr der prozentualen Differenz entspricht und hinsichtlich der Handhabbarkeit einige Vorteile hat. Aber was genau ist eigentlich Volatilität? Volatilität ist ein Maß für die Schwankungsintensität eines Aktienkurses, die häufig als die annualisierte Standardabweichung der Tagesrenditen dargestellt wird. Die Standardabweichung wiederum beschreibt die mittlere Abweichung der Tagesrendite von der durchschnittlichen Tagesrendite. In der Mathematik wird die Standardabweichung einer Zufallsvariablen häufig mit dem griechischen Buchstaben σ (Sigma) bezeichnet und ist in der Regel wie folgt definiert:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$

Auch von der Varianz ist hin und wieder die Rede. Die Varianz entspricht aber einfach der quadrierten Standardabweichung, so dass zwischen den beiden Konzepten kein fundamentaler Unterschied besteht. Wichtig zu wissen ist auch, wie sich die Standardabweichung/Varianz von einem Tag auf ein Jahr übertragen lässt. Die Varianz verändert sich linear in der Zeit. Wenn man von 252 Handelstagen pro Jahr ausgeht, gilt somit:

$$\sigma^2_{Jahr} = 252 \cdot \sigma^2_{Tag}$$

In der Tabelle 1 lässt sich nachvollziehen, wie die aufs Jahr hochgerechnete Standardabweichung der Allianz-Aktie von 17,11% zustande kommt, wobei hier allerdings der Anschaulichkeit wegen nur die Schlusskurse der ersten Handelswochen 2007 herangezogen wurden.

Wir wissen, dass der Wert der annualisierten Standardabweichung das Ausmaß der Schwankungen im Jahreszeitraum beschreibt. Somit können wir die Volatilität der Allianz-Aktie mit der Volatilität der Münchener-Rück-Aktie vergleichen, um festzustellen, welche der beiden Aktien stärker schwankt. Ganz entscheidend ist aber, dass wir damit keinerlei Aussage über die Profitabilität der jeweiligen Aktie machen können: Die Volatilität sagt uns nichts darüber, mit welcher der beiden Aktien ich mehr Geld verdienen kann, da sie nur die Schwankungsbreite beschreibt, uns aber nicht verrät, in welche Richtung sich der Kurs entwickelt[1)]. Wir wissen nicht, wohin die Reise geht, wir wissen nur, ob wir bislang auf einer Autobahn oder auf einer kurvigen Landstraße gefahren sind. Leider können wir auch nicht mit Sicherheit sagen, ob die Autobahn möglicherweise bald in eine kurvige Landstraße übergehen wird.

Es stellt sich also die Frage, ob und auf welche Weise sich aus Feststellungen über bisherige Schwankungsbreiten Aussagen über künftige Schwankungsbreiten herleiten lassen. Wir werden daher im nächsten Schritt verschiedene Methoden vorstellen, mit deren Hilfe wir Prognosen über den zukünftigen Reisekomfort auf der vor uns liegenden Landstraße und/oder Autobahn treffen können.

↗ Tabelle 1: Volatilitätsberechnung – annualisierte Standardabweichung, Beispiel Allianz AG

Datum	Kurs	Prozentuale Änderung	Abweichung vom Mittelwert	Quadrierte Abweichung vom Mittelwert
02.01.2007	156,55			
03.01.2007	157,40	0,54%	0,87%	0,00007555
04.01.2007	159,36	1,25%	1,57%	0,00024695
05.01.2007	157,12	–1,41%	–1,08%	0,00011651
08.01.2007	157,45	0,21%	0,54%	0,00002876
09.01.2007	155,40	–1,30%	–0,98%	0,00009521
10.01.2007	153,23	–1,40%	–1,07%	0,00011453
11.01.2007	155,65	1,58%	1,91%	0,00036311
12.01.2007	156,30	0,42%	0,74%	0,00005533
15.01.2007	156,90	0,38%	0,71%	0,00005042
16.01.2007	155,60	–0,83%	–0,50%	0,00002523
17.01.2007	154,82	–0,50%	–0,18%	0,00000306
18.01.2007	151,55	–2,11%	–1,79%	0,00031895
19.01.2007	151,85	0,20%	0,52%	0,00002748
22.01.2007	149,85	–1,32%	–0,99%	0,00009818
23.01.2007	148,94	–0,61%	–0,28%	0,00000790
Durchschnittliche Tagesrendite (Mittelwert)		**–0,33%**	**Summe der quadrierten Abweichungen vom Mittelwert**	**0,001627169**

$$VAR_{Tag} = \frac{0{,}001627169}{15-1} = 0{,}000116226$$

$$\sigma_{Tag} = \sqrt{0{,}000116226} = 1{,}078\%$$

$$\sigma_{Jahr} = 1{,}078\% \cdot \sqrt{252} = 17{,}11\%\, p.a.$$

1) Es ist natürlich zu erwarten, dass ich mit einem höheren durchschnittlichen Ertrag dafür kompensiert werde, dass ich ein höheres Risiko eingehe, indem ich mich für die Aktie mit der höheren Volatilität entscheide. In der Theorie (Stichwort: Capital Asset Pricing Model – CAPM) ist dies der Fall, und auch in der Praxis ist häufig zu beobachten, dass langfristig Aktien mit einer höheren Volatilität höhere durchschnittliche Renditen aufweisen.

2.1.2 Empirie

Wie oben erwähnt, wird viel Forschung betrieben, um die statistischen Eigenschaften eines Aktienkursverlaufs so gut wie möglich zu erfassen. Im Laufe der Zeit sind Forscher auf Eigenschaften gestoßen, die mittlerweile allgemein als sogenannte „stilisierte Fakten“ anerkannt sind, die aber bislang nur zum Teil erklärt werden können. Bemerkenswert ist, dass die meisten dieser Phänomene in den unterschiedlichsten Märkten beobachtet werden können: in den Aktien- und Anleihemärkten ebenso wie in den Rohstoff- oder Währungsmärkten. Einige Studien haben überprüft, ob diese heute bekannten Eigenschaften auch schon früher existierten, in Zeiten z.B., in denen es noch keine Computer gab. Ein sehr interessantes Ergebnis lautete, dass diese Phänomene bereits am Florenzer Währungsmarkt von 1389 bis 1432[2)] und am Londoner Aktienmarkt von 1724 bis 1740[3)] beobachtet werden konnten.

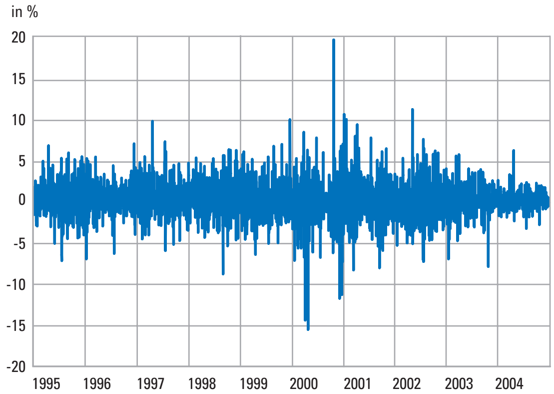
In Grafik 1 ist der Kursverlauf der Microsoft-Aktie abgetragen. Sie eignet sich gut als Beispiel, da sie eine der meistgehandelten Aktien der Welt ist und somit alle typischen Merkmale eines Aktienkurses aufweisen sollte. Betrachtet man die relativen Kursbewegungen, so kann man erste Vermutungen über die Volatilität anstellen. Allerdings ist hier Vorsicht geboten. So kann das Auf und Ab der Kurse im Chart an sich recht volatil aussehen. Bewegt sich der Kurs aber über ein Jahr hinweg beispielsweise nur zwischen 40 US-Dollar und 42 US-Dollar, so ist die Volatilität, die sich auf relative Preisveränderungen bezieht, nicht sehr hoch. Aufschlussreicher ist daher Grafik 2, welche die prozentualen Tagesrenditen zeigt. Hier lässt sich erkennen, dass es Perioden mit stärkeren Kursausschlägen und solche mit weniger starken Kursbewegungen gibt.

Die empirische Verteilungsfunktion ist in Grafik 3 abgebildet. Auf der horizontalen x-Achse sind die jeweiligen Tagesrenditen abgetragen, auf der y-Achse ist deren Häufigkeit beschrieben, d.h. die Anzahl der Tage, an denen die Tagesrendite in dem auf der x-Achse spezifizierten Intervall lag[4)]. Die hier zu erkennende Glockenform lässt sich funktional annähernd durch die Normalverteilung beschreiben (rote Linie). Allerdings fällt auch auf, dass in der Praxis stark negative und stark positive Renditen auftreten, die bei der Normalverteilungsannahme nahezu eine Wahrscheinlichkeit von 0 haben. Bei der empirischen Verteilungsfunktion ist in den Enden mehr Masse, ein Phänomen, das auch als „fat tails“ bezeichnet wird. In der Statistik drückt sich dies im Wert für die Kurtosis[5)] aus. Eine normalverteilte Zufallsvariable hat eine Kurtosis von 3. Liegt der Wert darüber, weist die Verteilung „fat tails“ auf[6)]. Der Wert in Grafik 3 beträgt 7,43 und ist damit signifikant größer

↗ Grafik 1: Kursverlauf Microsoft-Aktie

Quelle: Bloomberg L.P., Start: 03.01.1995, Stand: 31.12.2004

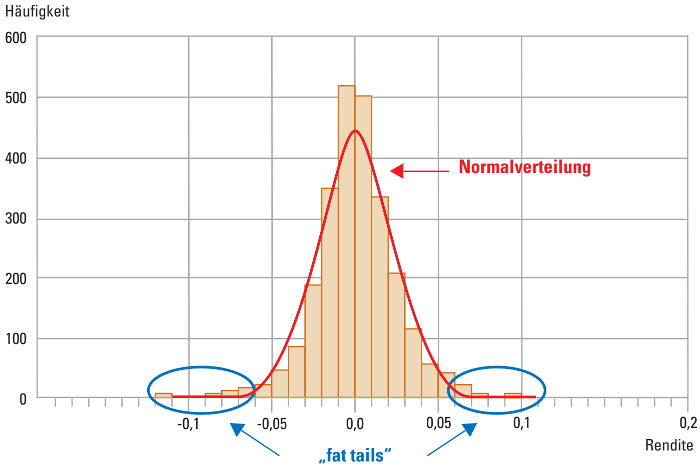
↗ Grafik 2: Tagesrenditen Microsoft-Aktie



Quelle: Bloomberg L.P., Start: 03.01.1995, Stand: 31.12.2004

2) Booth und Gurun (2004)
3) Harrison (1998)
4) In der Forschung werden Renditen meist als Dezimalzahlen angegeben. –0,05 entspricht somit einer Rendite von –5%.
5) Statistische Maßzahl für die Wölbung einer statistischen Verteilung. Beträgt die Kurtosis 0, so spricht man von einer mesokurtischen Verteilung, ist sie >0, von einer leptokurtischen Verteilung, die hochgipfelig ist, und bei negativer Kurtosis von einer platykurtischen Verteilung, die flachgipfelig ist.
6) Gelegentlich findet man eine „normalisierte“ Kurtosis. In diesen Fällen ist von der Teststatistik schon die 3 abgezogen worden.

↗ Grafik 3: Empirische Dichtefunktion Microsoft-Tagesrenditen vs. Normalverteilung

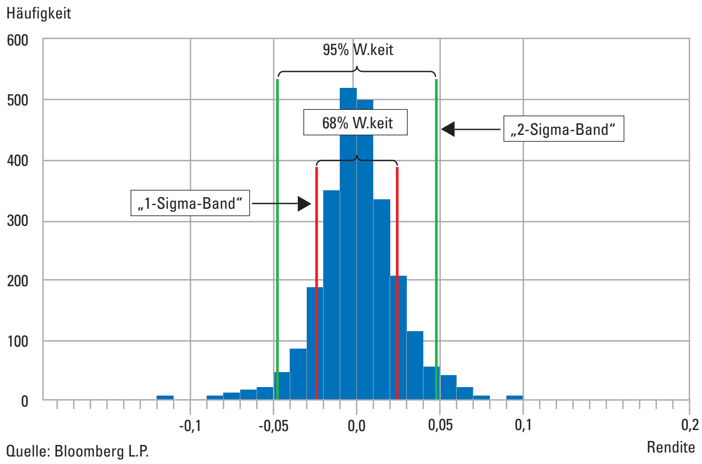


Beobachtungszeitraum:
03.01.1995 – 31.12.2004
Beobachtungen: 2.519

Durchschnitt	0,001100
Median	0,000000
Maximum	0,195700
Minimum	–0,156000
Standardabweichung	0,023731
Skewness	0,120506
Kurtosis	7,426431

Quelle: Bloomberg L.P.

↗ Grafik 4: Wahrscheinlichkeitsverteilung der Performance mit Sigma-Band



Quelle: Bloomberg L.P.

als 3. Dies wird ebenso in der Jarque-Bera-Statistik ausgedrückt, die außerdem noch ein drittes Moment, die Schiefe, beachtet.

Auch der absolute Wert der Volatilität bzw. Standardabweichung lässt sich interpretieren. Beträgt die Standardabweichung beispielsweise 15% bei einem erwarteten mittleren Kursanstieg von 10%, so bedeutet dies, dass die Performance am Ende des Jahres mit einer Wahrscheinlichkeit von 68% zwischen ±1 Standardabweichung, d.h. zwischen –5% und +25% liegt. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Performance im Band von maximal 2 Standardabweichungen liegt, beträgt 95%, dass sie mehr als ±2 Standardabweichungen beträgt, ist nur noch zu 5% wahrscheinlich. In Grafik 4 sind solche 1- und 2-Sigma-Bänder (Sigma = Standardabweichung) für die Rendite der Microsoft-Aktie in den Jahren 1995 bis 2004 abgetragen. Der Mittelwert liegt bei 0,0011, die Standardabweichung ist 0,0237 (d.h. 2,37% pro Tag). Da die oben genannten Wahrscheinlichkeitsangaben von 68% bei einfacher und von 95% bei doppelter Standardabweichung allerdings auf der Normalverteilungsannahme basieren, die aber wie gezeigt nicht erfüllt ist, können sie nur als Annäherungswerte zur Schätzung dienen.

Nachfolgend noch einmal die wichtigsten Fakten über die statistischen Eigenschaften der Kursentwicklungen an Finanzmärkten im Überblick.

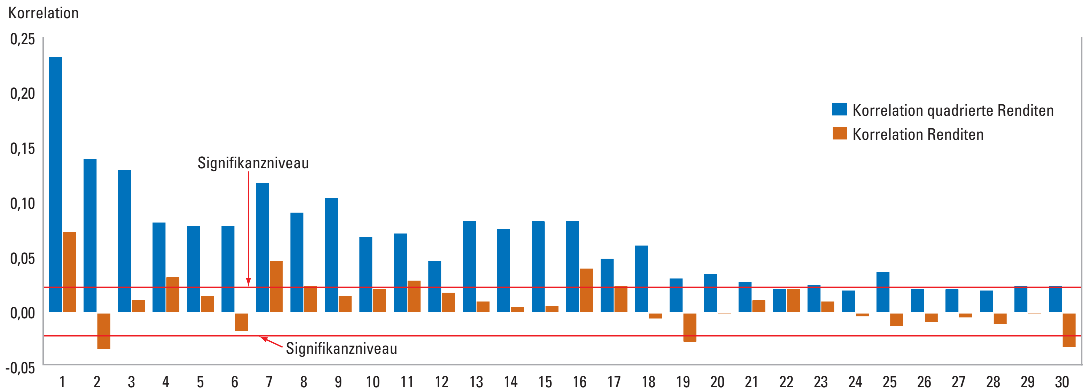
Fakten über Renditen

1) Renditen sind nicht „normalverteilt“
In Grafik 3 ist zu erkennen, dass die Normalverteilung nicht exakt in der Lage ist, die Verteilung der Microsoft-Renditen zu beschreiben. Die empirische Verteilung weist sogenannte „fat tails“, d.h. „dicke Enden“ auf. Starke Kursbewegungen (nach oben und unten) treten häufiger auf als bei der Normalverteilung. Es liegt auf der Hand, dass diese Eigenschaft vor allem im Risikomanagement zu Problemen führt, da man dort die mit solchen extremen Bewegungen verbundenen Risiken begrenzen will. Man würde Risiken systematisch unterschätzen, wenn man mit der Normalverteilungsannahme arbeiten würde.

2) Renditen sind (fast) nicht korreliert
Die Rendite von heute sagt mir (so gut wie) nichts über die Rendite von morgen.

3) Korrelation von absoluten Renditen
Betrachtet man hingegen sogenannte absolute Renditen, bei denen alle Renditen mit positivem Vorzeichen dargestellt werden, so weisen diese eine signifikant positive Korrelation auf. Dieselbe Eigenschaft gilt für quadrierte Renditen, bei denen ähnlich wie bei absoluten Renditen die Fragestellung nicht lautet, ob der Kurs gestiegen oder gefallen ist, sondern vielmehr, wie stark die Veränderung des Kurses war. Absolute oder quadrierte Renditen lassen sich auch als Maßzahl für die Stärke der Schwankungen verwenden und dienen damit als verlässlicher Indikator für Volatilität. In Grafik 5 sind jeweils die Korrelationen von Renditen (orange) und quadrierten Renditen (blau) abgetragen[7]. Es ist deutlich zu erkennen, dass zwischen „normalen“ Tagesrenditen anscheinend keine signifikante Autokorrelation besteht, wohingegen zwischen quadrierten Renditen Autokorrelation vorliegt[8]. Diese nimmt im Zeitablauf ab, d.h. das Ausmaß der Schwankungen heute sagt mir viel über das Ausmaß der Schwankungen morgen, aber nicht mehr so viel über die Schwankungen in 15 Tagen. Im folgenden Abschnitt über die Fakten über Volatilität gehen wir auf die Gründe für diese Beobachtungen ein.

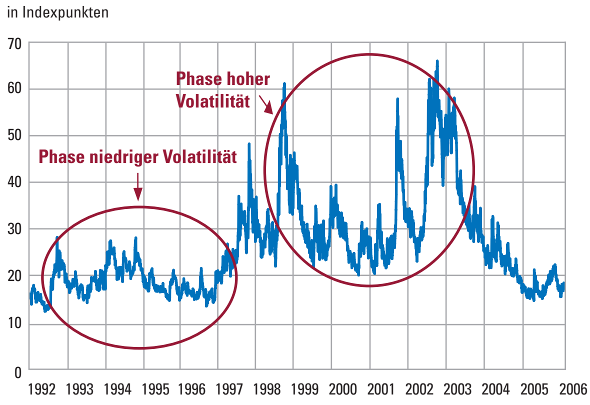
Grafik 5: Autokorrelation zwischen Tagesrenditen bzw. quadrierten Tagesrenditen



Signifikanzniveau: 0,0264
Quelle: Bloomberg L.P.

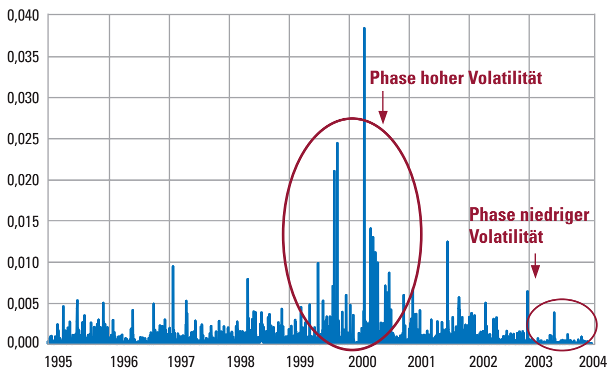
7) Es wurden 5.747 Tagesrenditen des DAX® verwendet.
8) Die durchgezogenen roten Linien zeigen das Signifikanzniveau. Dieses gibt an, ob der Wert für die Autokorrelation tatsächlich statistisch signifikant von null verschieden ist oder ob er nur „zufällig“ von null abweicht.

↗ Grafik 6: Historische Entwicklung VDAX-NEW®



Quelle: Deutsche Börse, Start: 20.01.1992, Stand: 20.01.2006

↗ Grafik 7: Quadrierte Renditen Microsoft



Quelle: Bloomberg L.P., Start: 03.01.1995, Stand: 20.01.2006

Fakten über Volatilität

In Grafik 6 ist die historische Entwicklung der Volatilität des DAX® abgetragen[9], die vom VDAX-NEW® abgebildet wird. Es ist zu erkennen, dass die Volatilität zum einen nicht konstant ist und zum anderen Unterschiede zu den Bewegungen eines Aktienkurses aufzeigt, denn die Ausschläge der Volatilität scheinen nach oben und unten begrenzt zu sein. So lag die Volatilität des DAX® nie unter 9% p.a. und nie über 70% p.a. Zudem ist kein langfristiger Trend zu erkennen. Volatilität scheint vielmehr immer wieder zu einem Mittelwert zurückzukehren. Dies macht auch intuitiv Sinn. Würde Volatilität beispielsweise auf unter 5% fallen, würde dies bedeuten, dass sich Aktienkurse nur minimalst bewegen. Auch eine Volatilität über 100% scheint extrem unrealistisch. Bei Einzelaktien hingegen ist es nicht auszuschließen, dass der Kurs in Richtung null fällt, wenn die Firma Konkurs anmeldet, oder dass er stark steigt, ohne dass er zwingend anschließend wieder fällt.

1) Volatilitäts-Cluster

Auf starke/schwache Kursausschläge heute folgen starke/schwache Kursausschläge morgen. Schon rein intuitiv leuchtet diese Beobachtung ein. Kommt es beispielsweise zu einer Phase erhöhter Unsicherheit infolge des Strategiewechsels einer Firma, so kann dies etliche Tage oder Wochen anhalten. Es dauert einige Zeit, bis die Unsicherheit beispielsweise über die zukünftig zu erwartenden Gewinne des Unternehmens überwunden ist und der Markt einen Konsens über den korrekten Preis der Firma gefunden hat. In Grafik 7 und Grafik 13 ist ebendieses Muster zu erkennen.

2) Rückkehr zum Mittelwert („mean reversion")

Wie in Grafik 6 und 7 zu erkennen ist, besteht ein weiterer fundamentaler Unterschied zwischen dem Verlauf der Volatilität und dem Verlauf z.B. eines Aktienkurses. Es macht keinen Sinn, für einen Aktienkurs einen Mittelwert oder dergleichen zu berechnen. Bei Volatilität hingegen ist dies sinnvoll, da die Volatilität zu einem Mittelwert zurückkehrt. Volatilität bewegt sich zwischen einer Unter- und Obergrenze, auch wenn diese nicht genau definiert sind. Auch der Mittelwert der Volatilität ändert sich über den Zeitablauf. Schaut man die letzten 20 Jahre an, so erhält man einen anderen Mittelwert als bei Betrachtung des letzten Jahres. Befindet sich die aktuelle Volatilität allerdings bei 9% p.a., dann ist die Wahrscheinlichkeit extrem hoch, dass sich innerhalb der nächsten fünf Jahre höhere Volatilitätsniveaus einstellen werden. Der Spekulant sieht hier sofort eine Gewinnmöglichkeit.

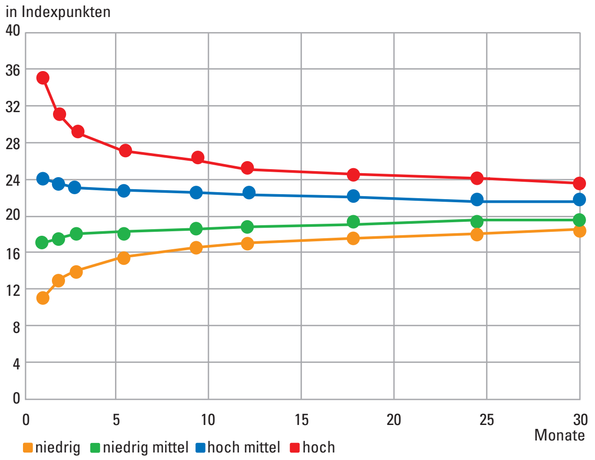
9) Dabei wurde der Volatilitätsindex VDAX-NEW® der Deutschen Börse verwendet, der die implizite Volatilität für die nächsten 30 Tage abbildet. Auch wenn diese implizite Volatilität nicht exakt der realisierten Volatilität entspricht, weist der VDAX-NEW® doch die gleichen Merkmale auf und bewegt sich auf einem sehr ähnlichen Niveau. Mehr zu diesem Index finden Sie in Kapitel 3.1.

Ganz so einfach ist es aber leider nicht. Da andere Marktteilnehmer ähnliche Gedanken haben, muss man zukünftige Volatilität auf einem Niveau deutlich über 9% kaufen, so dass die Spekulation möglicherweise nicht mehr aufgeht. Mehr dazu in den nachfolgenden Kapiteln.

3) Asymmetrischer Einfluss von Renditen
Volatilität ist negativ korreliert mit Aktienrenditen. Phasen mit negativen Renditen führen tendenziell eher zu einem Anstieg der Volatilität als Phasen mit steigenden Aktienkursen.

4) Vorhersagbarkeit von Volatilität
Aufgrund der Korrelation zwischen der heutigen und der zukünftigen Volatilität lässt sich Volatilität mit den geeigneten Methoden in einem gewissen Maße vorhersagen. Natürlich nimmt die Verlässlichkeit der Prognose mit der Länge des Prognosezeitraums ab. Grafik 8 zeigt, wie eine solche Volatilitätsprognose aussehen kann. Es ist eindeutig die Rückkehr zu einem Mittelwert erkennbar. Da auch den Marktteilnehmern die statistische Eigenschaft der Mean-Reversion bewusst ist, drückt sich dies auch in den erwarteten, d.h. impliziten Volatilitäten aus. Der Markt rechnet damit, dass das Volatilitätsniveau langfristig zu seinem Mittelwert zurückkehrt. Somit ergibt sich, wenn wir uns auf einem hohen Volatilitätsniveau befinden, eine abfallende Kurve der erwarteten Volatilität für die kommenden Monate, während die Kurve ansteigt, wenn wir uns – wie derzeit – auf einem niedrigen Volatilitätsniveau befinden.

↗ Grafik 8: Volatilitätsprognose am Beispiel der impliziten Volatilität



2.2 Historische vs. implizite vs. vorhergesagte Volatilität

In der Finanzpresse ist häufig von der Volatilität die Rede. Allerdings sollte man genau hinschauen, welche Volatilität im jeweiligen Zusammenhang gemeint ist, denn es gibt eine historische, eine implizite und eine vorhergesagte Volatilität. Auch beim Handel mit Derivaten, deren Basiswert Volatilität ist, müssen sich Anleger bewusst sein, auf welche Volatilität sie setzen.

Historische Volatilität
Die historische (oder auch realisierte) Volatilität entspricht der über einen festen Zeitraum aufgetretenen annualisierten Standardabweichung z.B. eines Aktienkurses, die sich aufgrund der in diesem Zeitraum beobachteten Kurse mit der hier folgenden Formel berechnen lässt:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (r_i - \bar{r})^2}$$

Wenn der Beobachtungszeitraum 1 Jahr beträgt und die Tagesrenditen betrachtet werden sollen, entspräche n = 252 und $\bar{r}$ der durchschnittlichen Tagesrendite über die 252 Tage[10]. r_i ist die jeweilige Tagesrendite am Tag i. Ist man nun an der annualisierten Volatilität interessiert, muss man nur noch folgende Berechnung durchführen:

$$s_{ann.} = \sqrt{252} \cdot s$$

Je höher somit die Abweichung der Tagesrendite von der mittleren Tagesrendite, desto höher ist die realisierte Volatilität.

10) Bei genügend Preisbeobachtungen liegt diese mittlere Rendite sehr dicht bei 0, so dass einige Modelle schon direkt mit einem Mittelwert von 0 arbeiten, da so die theoretische Handhabung erleichtert wird. Anstatt des Ausdrucks $\frac{1}{n-1}$ findet man auch gelegentlich $\frac{1}{n}$, was das Ergebnis bei einer großen Anzahl von Beobachtungen nur sehr geringfügig ändert, aber theoretisch als Schätzer nicht ganz korrekt ist.

Ist in der Finanzpresse beispielsweise zu lesen, dass die (historische) 30-Tage-Volatilität der Deutschen Telekom bei 9,64 steht (Stand: 23.12.05), so entspricht dies einer annualisierten Rendite von

$$\sqrt{\frac{252}{30} \cdot 0{,}0964^2} = 0{,}279 \cong 27{,}9\%\,p.a.$$

Implizite Volatilität

Die implizite Volatilität hingegen gibt die vom Markt für einen bestimmten Zeitraum erwartete Volatilität an. Da Volatilität eine Variable im Optionspreismodell ist, lässt sich die implizite Volatilität für den DAX® somit aus den Preisen von an der Eurex gehandelten Optionen auf den DAX® bestimmen (mehr dazu in Kapitel 3.1). Die implizite Volatilität variiert allerdings je nach Laufzeit und Strikepreis der jeweiligen Option. Der Grund für eine Abhängigkeit der impliziten Volatilität vom Strikepreis ist die sogenannte „volatility skew" (siehe dazu Kasten „Volatilitäts-Schiefe").

↗ Kasten 1: „Volatilitäts-Schiefe"

Die sogenannte „volatility skew" beschreibt die Tatsache, dass Optionen mit gleicher Laufzeit und identischem Basiswert, aber unterschiedlichen Basispreisen (Strikes) mit unterschiedlichen Volatilitäten bewertet werden (siehe Grafik 9). Intuitiv wäre zu vermuten, dass lediglich eine wahre Marktvolatilität existiert, die angibt, welche Schwankung des Marktes während der Laufzeit erwartet wird. Allerdings liefern die impliziten Volatilitäten ein anderes Bild. Da zum Beispiel bei an der Terminbörse Eurex gehandelten Optionen alle anderen Parameter bekannt sind, lässt sich „die" Optionsscheingleichung einfach nach der Volatilität auflösen. Die so errechnete Größe wird implizite Volatilität genannt.

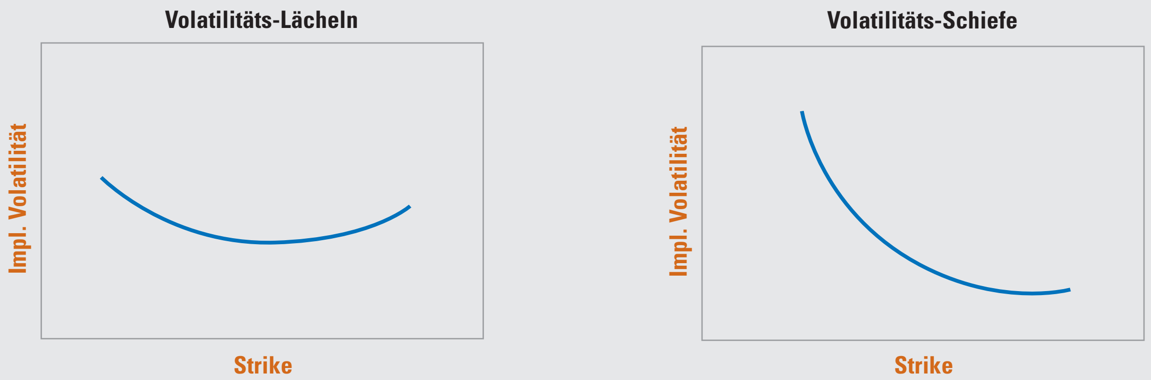
Es ist zu beobachten, dass Optionen mit niedrigeren Strikes eine höhere Volatilität implizieren als Optionen mit höheren Strikes. Für diesen Effekt werden mehrere Gründe angeführt. Zum einen lässt sich ganz einfach über das Angebot und die Nachfrage argumentieren. So ist die Nachfrage nach Put-Optionen mit niedrigen Strikes recht groß. Institutionelle Anleger wollen durch den Kauf von Aus-dem-Geld-Put-Optionen ihr Portfolio vor großen Verlusten absichern. Zum anderen ist das Angebot an Calls mit höherem Strike relativ groß, da institutionelle Anleger den Erwerb der Put-Optionen etwa durch den Verkauf von Aus-dem-Geld-Calls finanzieren, die eine Art Cap auf die Performance nach oben darstellen. Des Weiteren ist es auch rein intuitiv betrachtet wahrscheinlicher, dass der Markt um 10% fällt, als dass er um 10% steigt. Denn es sind etliche Nachrichten vorstellbar, die zu einem Kurssturz führen könnten, aber nur sehr wenige, die einen 10%igen Anstieg auslösen könnten. Es ist daher einleuchtend, dass die impliziten Volatilitäten umso höher ausfallen, je niedriger der Strike ist.

Akademisch lässt sich die Volatility-Skew damit erklären, dass positive und negative Erträge einen asymmetrischen Einfluss auf die Volatilität haben. Ein Erklärungsansatz in der Finanzmarktforschung ist als der sogenannte „leverage effect" bzw. „risk premium effect" bekannt. Sinkt der Aktienkurs einer Unternehmung, so verringert sich das Eigenkapital in Relation zu den Verbindlichkeiten. Damit ist die Firma höher „gehebelt" (leverage: engl. für Hebel). Vergleichbar mit einem Investment in einem Turbo Future gilt: Je höher der gewählte Hebel ist, desto höher ist das Risiko/die Volatilität meines Produktes. In unserem Fall bedeutet dies: Je niedriger der Aktienkurs, desto höher der Hebel des Unternehmens und damit die Volatilität der Aktie. So betrug die Korrelation zwischen dem DAX®-Index und dem zurückgerechneten Volatilitätsindex VDAX-NEW® –0,5361. Sie ist somit signifikant negativ: je niedriger der DAX®, umso höher die Volatilität und vice versa.

Rufen wir uns nun zuletzt die Black-Scholes-Formel zur Berechnung von Optionspreisen in Erinnerung, so fällt auf, dass eine ihrer Annahmen (log)normalverteilte Aktienkurse sind. Wie wir gesehen haben, ist diese Annahme nicht ganz korrekt: in Wirklichkeit treten extreme Kursausschläge mit höherer Wahrscheinlichkeit ein, als von einer Normalverteilung prognostiziert. Somit lässt sich die Black-Scholes-Formel indirekt korrigieren, indem man ein sogenanntes „volatility smile" einbaut. Das bedeutet nicht nur höhere Volatilitäten für aus dem Geld stehende Put-Optionsscheine, sondern auch höhere Volatilitäten für aus dem Geld stehende Call-Optionsscheine.

Volatility-Skew und Volatility-Smile beschreiben die Tatsache, dass Volatilität vom Strike abhängig ist. Ob tatsächlich auch ein „Lächeln" zu beobachten ist, hängt vom jeweiligen Markt ab. So weisen implizite Volatilitäten von Aktien-Optionen typischerweise solch ein „Lächeln" auf, wohingegen implizite Volatilitäten von Optionen auf Aktienindizes nur „schief" sind. Interessanterweise sind Volatility-Skews erst nach dem Börsencrash von 1987 aufgetreten, was darauf hinweist, dass der Markt bis dahin das Risiko eines starken Kursrutsches nicht adäquat in den Optionspreisen berücksichtigt hat.

↗ Grafik 9: „volatility smile" und „volatility skew"



Hinsichtlich der Niveaus von künftiger Volatilität ist es wichtig, zwischen impliziter und realisierter Volatilität zu unterscheiden. So kann beispielsweise die implizite Volatilität einer Pharma-Aktie vor der Bekanntgabe eines Prozessurteils sehr hoch sein, während die dann tatsächlich realisierte Volatilität auf einem niedrigeren Niveau verharrt, weil große Unsicherheit im Markt über die künftige Entwicklung herrscht. Lautet das Urteil schuldig, so kommen evtl. erhebliche Schadenersatzforderungen auf das Unternehmen zu, die zukünftige Gewinne belasten werden. Wird das Unternehmen freigesprochen, hat es mit keinen Einbußen zu rechnen.

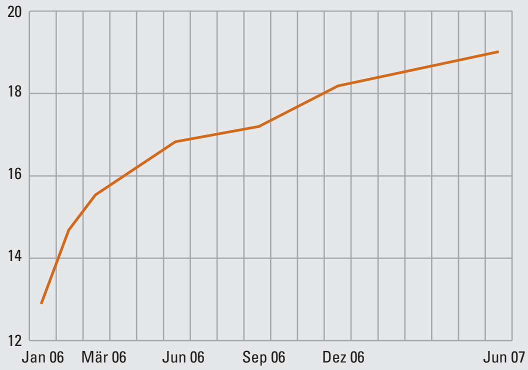
Tritt Letzteres nun tatsächlich ein, so kommt es wahrscheinlich zu einem Kurssprung, d.h. zu einem Anstieg der realisierten Volatilität. Gleichzeitig wird die implizite Volatilität fallen, da nun die Unsicherheiten über die zukünftige Gewinnentwicklung beseitigt sind. Anleger, die in Call-Optionsscheine investiert haben, werden dies sicherlich zu spüren bekommen. Einerseits gewinnt der Call aufgrund des Anstiegs des Basiswertes an Wert, andererseits wirkt sich aber ein Fallen der Volatilität negativ auf Optionsscheine aus. Abhängig von Laufzeit, Strikepreis und dem Ausmaß der Bewegungen kann das Gesamtresultat für den Call-Optionsschein nega-

Kasten 2: Die Forwardkurve der Volatilität

Neben der Volatility-Skew, die die Abhängigkeit der Volatilität vom Strikepreis beschreibt, ist auch die Forwardkurve der Volatilität zu erwähnen. Diese gibt an, wie sich die implizite Volatilität mit weiter in der Zukunft liegenden Laufzeiten verändert. Aufgrund der dargestellten Eigenschaft der Mean-Reversion ist die Forwardkurve typischerweise ansteigend, wenn wir uns auf einem niedrigen Volatilitätsniveau befinden, sie ist abfallend, wenn die Volatilität im Vergleich zur Vergangenheit relativ hoch ist. Der Markt erwartet also, dass Volatilität zu ihrem langfristigen Mittel zurückkehrt. In Grafik 10 ist eine ansteigende Forwardkurve der Volatilität dargestellt, die zeigt, dass der Markt zu Jahresbeginn 2006 für die jeweils längeren Laufzeiten Anstiege der Volatilität erwartet und in die Kursstände der jeweiligen Optionen „eingepreist" hat.

Am 20.12.2005 09:06 Uhr stellte sich folgendes Bild dar:

Grafik 10: Forwardkurve der Volatilität



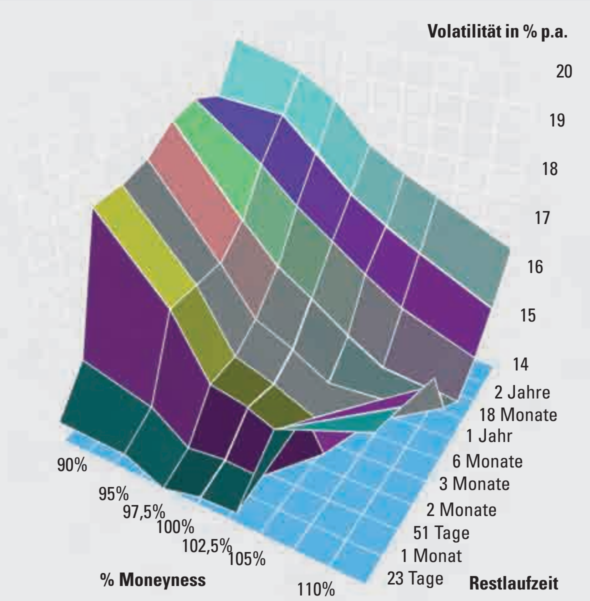
Quelle: Deutsche Börse AG, Stand: 25.12.2005

VDAX-NEW® und Subindizes

VDAX-NEW®	12,72 Indexpunkte
Subindizes	
Jan 06	12,88 Indexpunkte
Feb 06	14,67 Indexpunkte
Mär 06	15,53 Indexpunkte
Jun 06	16,80 Indexpunkte
Sep 06	17,21 Indexpunkte
Dez 06	18,16 Indexpunkte
Jun 07	19,01 Indexpunkte

Kombiniert man nun die Volatility-Skew mit der Forwardkurve der Volatilität, so ergibt sich die sogenannte Volatilitätsoberfläche (engl.: „volatility surface", siehe Grafik 11).

Grafik 11: Volatilitätsoberfläche



Quelle Bloomberg L.P.; Stand: 25.01.2006

Basiswert	Stand	Kurs	Restlaufzeit	Call/Put	Zins
DAX®	25.01.06	5.387,56	23 Tage	beide	2,469
DAX®	25.01.06	5.387,56	1 Monat	beide	2,469
DAX®	25.01.06	5.387,56	51 Tage	beide	2,471
DAX®	25.01.06	5.387,56	2 Monate	beide	2,533

tiv sein, und sein Preis wird daher fallen, obwohl die Nachricht für die Firma sehr positiv war und der Kurs des Basiswerts gestiegen ist (eine ausführliche Erläuterung hierzu finden Sie in Kapitel 2.3: Optionspreistheorie: Das Black-Scholes-Modell).

Intuitiv könnte man vermuten, dass die implizite, d.h. die erwartete Volatilität für die nächsten 30 Tage im Durchschnitt mit der tatsächlich über die nächsten 30 Tage realisierten Volatilität übereinstimmt. Interessanterweise ist dies aber nicht der Fall: Seit 1994 lag die implizite Volatilität zumeist signifikant höher als die in dem jeweiligen Zeitraum tatsächlich gemessene, also realisierte Volatilität. Dieses Verhältnis – dass die implizite Volatilität höher war als die realisierte – kehrte sich in der Vergangenheit nur dann um, wenn das Volatilitätsniveau hoch war, der Beobachtungszeitraum lang und die Forwardkurve der Volatilität invertiert, d.h. absteigend war.

Prognostizierte Volatilität

Insbesondere für Optionsmarktteilnehmer ist eine Volatilitätsprognose von großem Nutzen. Daher haben Investmentbanken meist eigene Berechnungsmodelle. Einige dieser Prognosemodelle werden im folgenden Kapitel kurz vorgestellt. Empirisch ist noch nicht geklärt, welches Modell die größte Prognosesicherheit aufweist. Es zeichnet sich aber ab, dass Vorhersagen der Volatilität, denen einfach das implizite Volatilitätsniveau zugrunde liegt, meist besser sind als solche, die auf historischen Daten basieren[13)].

↗ Kasten 3: Die Volatilität der Volatilität

Betrachtet man Volatilität als eigene Anlageklasse, dann liegt es auf der Hand, auch die Volatilität der Volatilität (engl. Volatility of Volatility, VoV) zu betrachten. Die historische Volatilität des Volatilitätsindex VDAX-NEW®, den wir in Kapitel 3.1 vorstellen, liegt im Bereich von 70% bis 80% p.a. und damit höher als die Volatilität praktisch aller anderen Assetklassen. Die hohe Volatilität eines Basiswerts führt dazu, dass Optionen auf diesen Basiswert relativ teuer sind.

Doch welche Parameter beeinflussen die Volatilität der Volatilität? Leider gibt es auf diese fundamentale Frage bislang nur Teilantworten. Zum einen lässt sich sicherlich argumentieren, dass in Zeiten höherer Unsicherheit eine höhere Volatilität herrscht. Ökonomische und politische Krisen wie beispielsweise die Große Depression Anfang der Dreißigerjahre und die Anschläge des 11. September 2001 führten zu einem deutlichen Anstieg der Volatilität.

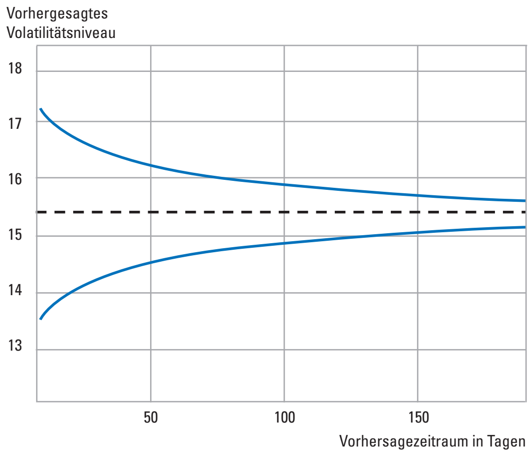
Es schließt sich aber sogleich die Frage an, durch welche Faktoren „Zeiten höherer Unsicherheit" bestimmt sind. Intuitiv könnte man vermuten, dass makroökonomische Variablen eine entscheidende Rolle spielen. Akademische Forschungen haben indes gezeigt, dass makroökonomische Variablen wie Inflation, Arbeitslosigkeit und die Entwicklung des Bruttoinlandsprodukts BIP nur einen kleinen Teil der Volatilität erklären können. Eine sehr naheliegende Frage beispielsweise ist, warum wir uns im Jahr 2006 in einem niedrigen Volatilitätsumfeld befanden. Gestiegene Rohstoffpreise, unsichere Lage im Irak, Unsicherheit über die künftige wirtschaftliche Entwicklung oder die weltweite Terrorismusgefahr sind nur ein paar Stichworte, die dafür sprechen, dass die Volatilität auf einem höheren Niveau liegen könnte, als sie es zurzeit tut.

Neben der negativen Korrelation zwischen Renditen und Volatilität gibt es eine positive Abhängigkeit zwischen Handelsvolumen in einem jeweiligen Basiswert und Volatilität[11)]. Allerdings sollte man nicht den Schluss ziehen, dass aufgrund des hohen Handelsvolumens die Volatilität angestiegen ist oder vice versa. Es ist wohl vielmehr so, dass beide Variablen von den gleichen Faktoren bestimmt werden[12)].

11) Gallant, Rossi, Tauchen (1992)
12) Taylor (2005), S.193
13) Siehe Granger und Poon (2003), ebenso Giot (2005), Martens und Zein (2004)

Hier bereits erwähnt werden soll das unten vorgestellte GARCH-Modell, das nicht nur in der Lage ist, die Eigenschaften der historischen Volatilität gut zu beschreiben, sondern auch eine Prognose über die zukünftige Entwicklung der Volatilität liefert. Dabei ist zu beachten, dass die Vorhersagbarkeit der Volatilität der Volatilität mit der Länge des Vorhersagezeitraums abnimmt. Je weiter die Vorhersage vorausgreift, umso mehr nähert sie sich einer Rückkehr zur mittleren Volatilität. Dies stimmt mit der empirischen Beobachtung überein, dass Volatilität die Eigenschaft der Mean-Reversion aufweist und sich um einen Mittelwert herum bewegt. Grafik 12 zeigt schematisch, wie eine Volatilitätsprognose mit dem GARCH-Modell aussehen kann.

↗ Grafik 12: Volatilitätsvorhersage mit dem GARCH-Modell



2.2.1 Volatilitätsmodelle

Im Risikomanagement und bei der Preisbestimmung von Derivaten ist man sehr stark von einer korrekten Modellierung der zentralen Variablen, der Volatilität, abhängig. Das Interesse gilt hier allerdings nicht der historischen, realisierten Volatilität, sondern vielmehr der zukünftigen Volatilität, da man ja Risiken und Szenarien in der Zukunft einschätzen und bewerten will. Mit einem Modell allerdings, das für einen bestimmten Zeitraum in der Zukunft einfach eine konstante Volatilität annimmt, ließe sich die Wirklichkeit nicht gut beschreiben. Wie Grafik 6 gezeigt hat, war Volatilität in der Vergangenheit alles andere als konstant, so dass eine solche Annahme für die Zukunft nicht viel Sinn machen würde. Man nimmt ja auch nicht für die kommenden zehn Jahre einen konstanten Zinssatz an, wenn man den Wert einer Anleihe bestimmen möchte. Dies vorausgeschickt, ist einschränkend zu sagen, dass es auf die Frage nach dem besten Volatilitätsmodell, mit dem man die zu erwartende Volatilität eines bestimmten Basiswerts in einem bestimmten Zeitraum in der Zukunft abbilden kann, keine eindeutige Antwort gibt. So kann es beispielsweise sein, dass man zur Bewertung von zwei Derivaten auf denselben Basiswert zwei verschiedene Volatilitätsmodelle heranziehen muss, da die beiden Derivate sich beispielsweise in ihrer Ausstattung unterscheiden und die eine Option tief im Geld liegt, während die andere tief aus dem Geld notiert. Die drei aufgeführten stilisierten Fakten über Renditen lassen sich allerdings alle mit einem stochastischen Volatilitätsmodell erklären, bei dem eine positive Korrelation zwischen der heutigen Volatilität und allen zukünftigen Volatilitäten besteht.

Das (G)ARCH-Modell

Ein Beispiel für ein stochastisches Volatilitätsmodell ist das (G)ARCH-Modell. Das in den Achtzigerjahren entwickelte Modell hat sich als das führende Volatilitätsmodell durchgesetzt. (G)ARCH steht für (Generalized) Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. Klingt kompliziert, ist aber dennoch verständlich. Da 1982 von Engle zunächst ein ARCH-Modell entwickelt wurde, das die Volatilität der Inflationsrate in Großbritannien beschreibt[14], steht „Generalized“ nur für die Tatsache, dass es sich bei GARCH nun um eine weiterentwickelte Variante handelt, in der neben den quadrierten Renditen der Vorperiode auch die Varianz der Vorperiode die heutige Varianz erklärt. Das GARCH-Modell wurde von Bollerslev (1986) entwickelt. Als „autoregressive“ bzw. autoregressiv beschreibt man ein Zeitreihenmodell, bei dem die Variable von heute u.a. durch Werte aus der Vorperiode erklärt wird. „Conditional“ bezieht sich darauf, dass man mit bedingten Wahrscheinlichkeiten arbeitet. So sind die Renditen bedingt normalverteilt.

Die eigentliche Innovation dieses Modells ist „Heteroskedasticity“; der statistische Fachausdruck dafür, dass sich Phasen hoher Volatilität und Phasen niedriger Volatilität abwechseln, dass Volatilität somit nicht homogen ist. In Formeln ausgedrückt sieht das GARCH-(1,1)-Modell wie folgt aus[15]:

Gleichung 1

$$r_t \mid r_{t-1}, r_{t-2}, \ldots = N(\mu, h_t)$$

Gleichung 2

$$h_t = \omega + \alpha \cdot r_{t-1}^2 + \beta \cdot h_{t-1}$$

Gleichung 1 beschreibt lediglich die Tatsache, dass, gegeben wir kennen die Renditen der vergangenen Tage, die Rendite von heute (t) normalverteilt ist mit dem Mittelwert μ und der Varianz h_t. Die Varianz h_t wiederum (Gleichung 2) setzt sich zusammen aus einer Konstanten ω, der quadrierten Rendite von gestern r_{t-1}^2 und der Varianz von gestern h_{t-1}.

Dies scheint auf den ersten Blick im Widerspruch zu der oben getroffenen Feststellung zu stehen, dass die Renditen eben nicht normalverteilt sind, sondern die Verteilung Leptokurtosis („dicke Enden“) aufweist. Deshalb müssen wir präzisieren, dass im GARCH-Modell nicht die Renditen normalverteilt sind, sondern die bedingten Renditen. Zudem ist die Varianz der Normalverteilung für jeden Tag unterschiedlich. Dies führt dazu, dass die unbedingte Verteilung der Renditen wie gewünscht Leptokurtosis aufweist.

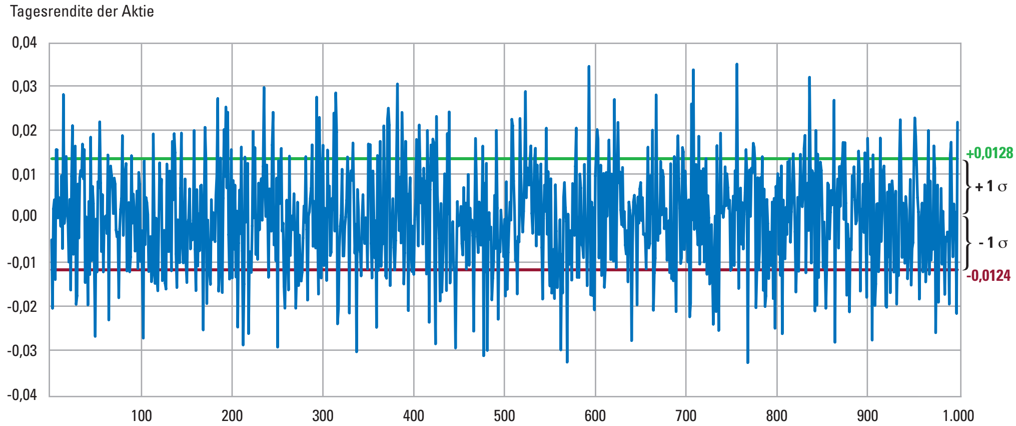
In Grafik 13 ist ein Beispiel für homoskedastische Volatilität abgebildet, während in Grafik 14 eine heteroskedastische Zeitreihe abgetragen ist. Dabei sind jeweils die Tagesrenditen dargestellt. In Grafik 13 wurde ein Aktienkurs mit einer mittleren Rendite von 4% und einer Standardabweichung (σ) von 20% p.a. modelliert. Dabei ist zu beachten, dass wie erwartet ein Großteil der Tagesrenditen im ±1-Standardabweichungs-Band liegt, das sich wie folgt berechnet:

$$\sqrt[252]{1{,}04} - 1 \pm \sqrt{\frac{1}{252}} \cdot 0{,}2 = 0{,}0001556 \pm 0{,}01260 = \begin{matrix} +0{,}0128 \\ -0{,}0124 \end{matrix}$$

14) Engle (1982)

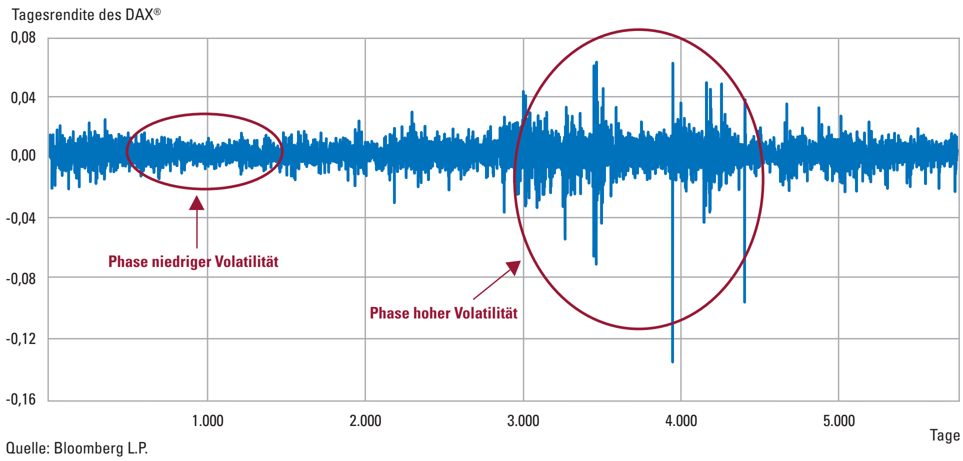
15) In Anlehnung an Taylor (2005), S. 200. Die Klammer (1,1) steht dafür, dass in Gleichung 2 jeweils die quadrierte Rendite von gestern und die Varianz von gestern aufgenommen wurde. Wenn nun auch die beiden Werte jeweils von vorgestern aufgenommen würden, würde man das Modell als GARCH (2,2) bezeichnen. Eine Aufnahme von weiteren Verzögerungen hat allerdings keine signifikante Verbesserung des Modells ergeben.

Grafik 13: Homoskedastizität



Anmerkung: Volatilität = 20% p.a.; Drift = 4% p.a.
Quelle: Bloomberg L.P.

Grafik 14: Heteroskedastizität am Beispiel des DAX®



Quelle: Bloomberg L.P.

Das bedeutet, dass die Tagesrendite mit einer Wahrscheinlichkeit von 68% zwischen –1,24% und +1,28% liegen würde, wenn die Renditen normalverteilt wären, d.h. Homoskedastizität aufweisen würden und die Annahmen über Volatilität und Drift gelten würden. In Grafik 14, die die realen Tagesrenditen des DAX® abbildet, können wir ganz eindeutig „volatility cluster" erkennen, d.h. Phasen hoher und Phasen niedriger Marktvolatilität.

Es gibt im Wesentlichen drei Gründe für die Beliebtheit des GARCH-Modells[16)]:

1) Das Modell hat nur vier Parameter (hier: μ, ω, α, β), die relativ einfach geschätzt werden können.
2) Wie schon erwähnt, können die wesentlichen stilisierten Fakten von Renditen erklärt werden.
3) Die Güte von Volatilitätsprognosen, die von diesem Modell abgeleitet werden, entspricht ungefähr der Güte von Prognosen, die mithilfe komplexerer Modelle getroffen werden.

16) Taylor (2005)

Es gibt etliche Abwandlungen des GARCH-Modells: EGARCH, TGARCH, FIEGARCH etc., die alle versuchen, durch eine leichte Modifizierung des ursprünglichen GARCH-Modells eine verbesserte Modellierung zu erzielen, was zum Teil auch gelingt, allerdings meist durch eine höhere Komplexität erkauft wird. Vielversprechend ist insbesondere das sogenannte TGARCH- (Threshold-GARCH) oder GJR-GARCH-Modell (nach Glosten, Jagannathan und Runkle, 1993), das den asymmetrischen Einfluss der Renditen auf die Volatilität berücksichtigt.

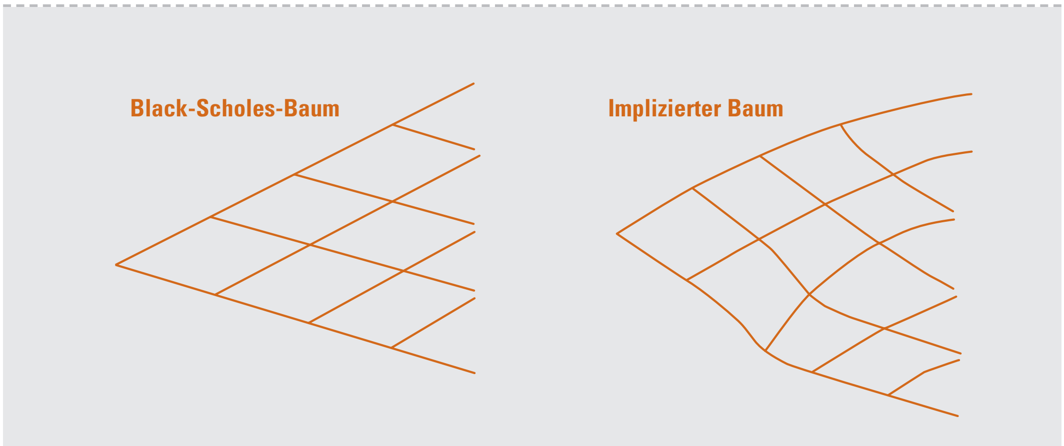
Ein Nachteil des GARCH-Modells ist, dass die geschätzten Parameter über den Zeitablauf nicht konstant sind. Vielmehr variieren sie mit der Frequenz der Beobachtung. Das heißt, dass die Parameter unterschiedlich ausfallen, wenn man sich die annualisierten Volatilitäten von 1-Tages-Zeiträumen oder von 1-Wochen-Zeiträumen anschaut. Dies ist bei Zeitreihenmodellen unerwünscht. Darüber hinaus haben Martens und Zein (2004) gezeigt, dass die einfache implizite Volatilität eine bessere Vorhersage über zukünftige Volatilitätsniveaus liefern kann (mehr dazu im Abschnitt Prognostizierte Volatilität in Kapitel 2.2).

Das Local-Volatility-Modell

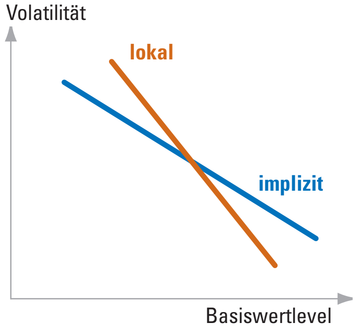
Nimmt man an, dass Volatilität sich in einer stochastischen Art und Weise bewegt, so folgt daraus, dass implizite Volatilitäten nicht aus dem Black-Scholes-Modell abgeleitet werden können, da dieses Modell von einer konstanten Volatilität ausgeht. Das „local volatility“-Modell liefert einen Vorschlag, wie man mit dieser Unzulänglichkeit umgeht, bewegt sich aber immer noch im Rahmen von Black-Scholes. Die Beschränkung des Modells besteht darin, dass es konsistent mit den am Markt beobachteten impliziten Volatilitäten der gehandelten Optionen sein muss. Sucht man also nur nach dem korrekten vom Markt erwarteten Volatilitätsniveau für eine Option mit einem bestimmten Strike und mit einer bestimmten Laufzeit, die bereits liquide gehandelt wird, ist dieses Modell nicht weiter interessant.

Anders als in der Black-Scholes-Formel gibt es im Local-Volatility-Modell keinen konstanten Parameter σ für die Volatilität, sondern dieser Parameter ist abhängig von Zeit und Level des Basiswerts: $\sigma(S, t)$. Daraus ergeben sich weitreichende Implikationen. Der berühmte Binomialbaum, der die modelltheoretisch möglichen Entwicklungspfade eines Wertpapierpreises im Fall einer diskreten Zeit angibt, verändert aufgrund der variablen Volatilität sein Aussehen (siehe Grafik 15): Durch eine Veränderung der risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten ergibt sich ein veränderter Optionspreis.

↗ **Grafik 15: „Black-Scholes-Baum“ vs. „Implizierter Baum“**



Grafik 16: Lokale vs. implizite Volatilität bei Veränderung des Levels des Basiswerts



2.3 Optionspreistheorie: Das Black-Scholes-Modell

Volatilität ist ein zentraler Bestandteil in der Berechnung von Derivaten wie beispielsweise Optionen oder Optionsscheinen. Warum das so ist, wollen wir in diesem Kapitel näher erläutern.

Im Wesentlichen sind mit dem Kauf oder Verkauf eines Optionsscheins drei Risiken verbunden (siehe Tabelle 3), die mit der Veränderung des Kurses des Basiswerts und der Volatilität zusammenhängen und mit den „Griechen" genannten Kennziffern Delta, Gamma und Vega beschrieben werden:

1) Delta
Das Delta beschreibt die Sensitivität der Option gegenüber einer Veränderung des Kurses des Basiswerts. Steigt der Basiswert um 1 Einheit, verändert sich der Kurs des Optionsscheins um delta Einheiten. Demnach ist das Delta positiv für Calls und negativ für Puts.

2) Gamma
Gamma ist eine Maßzahl für die Veränderung des Deltas bei der Veränderung des Kurses des Basiswerts.

3) Vega
Die Veränderung des Optionspreises bei einem Anstieg der Volatilität um 1 Prozentpunkt wird in Vega ausgedrückt. Das Vega ist immer positiv.

Investmentbanken sichern ihr Options-Portfolio meistens so ab, dass es von der Richtung der Bewegung des Basiswerts unabhängig ist („delta-neutral"). Ob die Allianz-Aktie steigt oder fällt, spielt für die Händler keine Rolle. Ob sie jedoch stark steigt oder fällt oder keinen großen Schwankungen unterworfen ist, ist hingegen essenziell. Ob der Händler Geld verdient, hängt somit wesentlich von der Volatilität des Basiswerts und der Positionierung des Händlers ab. Ist er Volatilität long bzw. short, profitiert er von einem Anstieg bzw. Rückgang der Volati-

Tabelle 2: Die Black-Scholes-Formel

Wie genau sieht sie nun aus, die Formel, mit der die Wissenschaftler die Finanzwelt veränderten?
In die untenstehende Formel gehen als preisbestimmende Faktoren die üblichen Verdächtigen ein:

- der aktuelle Aktienkurs „S",
- die Zeit bis zum Verfall der Option „t",
- der Strikepreis der Option „K",
- der risikolose Zinssatz „r"
- und die Volatilität (annualisierte Standardabweichung) des Aktienkurses „s"

Außerdem bedeuten in der Formel:

- N() – die kumulative Normalverteilung
- *e* – die Euler'sche Zahl *e* = 2,71828182845...
- ln() – der natürliche Logarithmus zur Basis *e*

$$\mathbf{Call} = S \cdot N\left(\frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{s^2}{2}\right)\cdot t}{s \cdot \sqrt{t}}\right) - K \cdot e^{(-r \cdot t)} \cdot N\left(\frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{s^2}{2}\right)\cdot t}{s \cdot \sqrt{t}} - s \cdot \sqrt{t}\right)$$

Auf eine Herleitung müssen wir hier aus Platzgründen verzichten. Nur so viel: Angewandt auf ein beliebiges Beispiel, also „ausgefüllt" mit den entsprechenden Variablen, ist das Ergebnis der theoretische Wert eines Calls. Ähnlich ergibt sich auch eine Formel für Puts.

Heutzutage braucht glücklicherweise kein Optionsscheinkäufer mehr die Berechnungen selbst durchzuführen. Diese Arbeit erledigen Optionsscheinrechner im Internet nicht nur schneller, sondern, sofern es sich um gute Rechner handelt, auch mit grafischer Anzeige.

lität. So werden in Investmentbanken die Händler solcher Produkte häufig „Vol(atilitäts)-Händler" genannt.

Neben dem Vega-Risiko bleibt das Gamma-Risiko, auf das wir an dieser Stelle nicht detailliert eingehen wollen (siehe dazu Goldman Sachs KnowHow-Akademie 18), das aber im Prinzip ebenfalls eine Art Volatilitätsrisiko ist.

Den Zusammenhang zwischen Volatilität und Preis des Optionsscheins wollen wir in einer ersten Annäherung intuitiv erklären: Besitzt ein Anleger Allianz-Aktien, so kann er sich gegen mögliche Kursverluste absichern, indem er Put-Optionsscheine kauft. Sie geben ihm das Recht, die Allianz-Aktien in einem festgelegten Zeitraum zu einem vorher bestimmten Preis zu verkaufen. Um den Preis einer solchen Versicherung gegen Kursrückschläge, also sozusagen die „Versicherungsprämie", hier also den Preis des Put-Optionsscheins zu bestimmen, ist es hilfreich, das Beispiel der Preisbildung einer Autoversicherung heranzuziehen.

Für welche der beiden Personen sollte die Versicherungsprämie höher sein: für den 18-jährigen Sportwagenfahrer oder die 40-jährige Beamtin, die seit 20 Jahren unfallfrei fährt? Es liegt auf der Hand, dass die Prämie für den 18-Jährigen höher ist, da seine zukünftige Unfallstatistik mit höherer Unsicherheit verbunden ist. Natürlich ist es möglich, dass er die kommenden 20 Jahre unfallfrei fährt, es kann allerdings ebenso sein, dass er in den nächsten Jahren mehrere Unfälle hat. Diese Wahrscheinlichkeit ist bei der 40-jährigen Beamtin sehr viel niedriger. Anders ausgedrückt heißt das, dass die Wahrscheinlichkeit von Versicherungsleistungen für den Fahranfänger höher ist als für die erfahrene Kraftwagenführerin. Die Unsicherheit oder das Risiko der zukünftigen Entwicklung bestimmt die Höhe der Versicherungsprämie. Das Gleiche gilt für den Optionspreis. Je größer die Unsicherheit über die zukünftige Kursentwicklung, je höher also die erwartete Volatilität eines Basiswerts ist, umso höher fällt der Preis für eine Option aus.

↗ Tabelle 3: Sensitivität des Optionspreises gegenüber einer Veränderung der Faktoren

Einflussfaktor	Veränderung	Wert des Calls	Wert des Puts
Kurs des Underlyings	↑	↑	↓
Restlaufzeit	↓	↓	↓
Zinssatz	↑	↑	↓
Volatilität	↑	↑	↑
Dividende	↑	↓	↑

Errechnen lässt sich der Preis von Optionen bzw. Optionsscheinen mit der Black-Scholes-Formel (siehe hierzu Tabelle 2 und die Goldman Sachs KnowHow-Akademie 6). Zusammenfassend sei festgestellt, dass der Preis eines Optionsscheins von den folgenden sechs Faktoren abhängt: Kurs des Basiswerts, Strike, Volatilität, Zins, erwartete Dividenden und Laufzeit (siehe Tabelle 3). Was die Volatilität anbelangt, so sei schon hier erwähnt, dass sowohl der Wert eines Puts als auch der Wert eines Calls ansteigt, wenn die Volatilität zunimmt. Dies mag auf den ersten Blick verwunderlich erscheinen, lässt sich jedoch leicht erklären, wie sich im Folgenden zeigen wird.

Den Ansatz der Black-Scholes-Formel kann man sich vereinfacht wie folgt vorstellen: Es werden zunächst alle möglichen Kursverläufe des Basiswerts bis zum Laufzeitende simuliert. Anschließend nimmt man jene Kursverläufe, bei denen die Option am Laufzeitende im Geld liegen würde, d.h. einen positiven Wert hat. Diese positiven Werte werden gewichtet mit der Wahrscheinlichkeit für ein Eintreten des jeweiligen Szenarios aufsummiert, auf den heutigen Zeitpunkt abdiskontiert und ergeben somit den Wert der Option zum heutigen Zeitpunkt. Es liegt auf der Hand, dass für den Verlauf der verschiedenen Szenarien zwei Parameter von entscheidender Bedeutung sind: der Trend/Drift und die Kursschwankung/Volatilität. Der Trend bestimmt, wohin sich die simulierten Kurse im Mittel bewegen sollen. Die Volatilität gibt an wie, d.h. ob mit niedrigen oder mit hohen Schwankungen, sich die Kurse dorthin bewegen sollen.

Um zu verstehen, wie diese Parameter bestimmt werden, muss man wissen, dass die Unabhängigkeit von Präferenzen eine wesentliche Eigenschaft des Black-Scholes-Modells ist. Da Optionen mit einer Position im Basiswert gehedgt, auf Deutsch abgesichert, werden können (Delta-Hedging, siehe Goldman Sachs KnowHow-Akademie 17), hängt ihr theoretischer Wert nicht von den Risikopräferenzen der Investoren ab. Infolgedessen muss der theoretische Drift dem risikolosen Zinssatz entsprechen, so dass nur noch die Volatilität als Parameter übrig bleibt. In Grafik 17 und in Grafik 18 ist eine Simulation von fünf möglichen Kursverläufen abgebildet, wobei in Grafik 18 lediglich die Volatilität von 10% auf 40% erhöht wurde.
Es ist zu erkennen, dass die Aktie in einigen Szenarien stärker im Plus landet als vorher und in anderen Szenarien größere Kursverluste aufweist als zuvor.

Nun allerdings kommen die Eigenschaften von Optionen bzw. Optionsscheinen ins Spiel. Das asymmetrische Auszahlungsprofil eines Call-Optionsscheins am Laufzeitende lautet: $max\ (S_T - K,0)$, wobei S_T dem Kurs des Basiswerts am Laufzeitende entspricht und K dem Strike. Sobald somit der Aktienkurs unter dem Strikepreis liegt, spielt es keine Rolle, wie weit er darunter liegt. Was zählt, sind lediglich die Szenarien, in denen der Aktienkurs über dem Strikepreis liegt. In diesen Fällen kommt es natürlich darauf an, dass er so weit wie möglich im Plus liegt. Ein Anstieg der Volatilität bewirkt genau dies. Es steigt zwar nicht die Wahrscheinlichkeit, dass der Aktienkurs über dem Strike liegt; wenn er allerdings darüber liegt, dann ist bei hoher Volatilität die Wahrscheinlichkeit groß, dass er stärker über dem Strike liegt, als es bei niedriger Volatilität der Fall wäre.

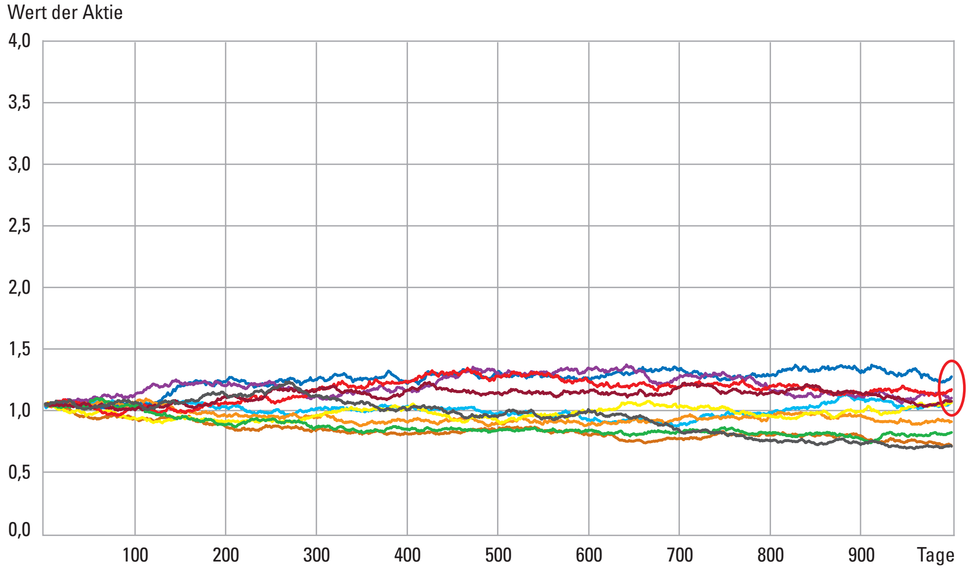
Genau dies können wir in Grafik 17 und Grafik 18 beobachten. Rot eingekreist sind die Szenarien, bei denen ein Call-Optionsschein nach 1.000 Handelstagen, die bei angenommenen 252 Handelstagen in etwa einem Zeitraum von vier Jahren entsprechen, im Geld liegen würde.
Die eben beschriebene Argumentation lässt sich ebenso auf Put-Optionsscheine anwenden, wobei der einzige Unterschied darin besteht, dass der Wert des Puts steigt, je weiter der Aktienkurs unter dem Strike liegt.

Damit haben wir gezeigt, dass der Wert einer Option positiv von der Volatilität des Basiswerts abhängig ist. Als Käufer einer Option bzw. eines Optionsscheins ist man demnach „Volatilität long“ und erzielt einen Gewinn, wenn die Volatilität steigt. Denn der Wert des Optionsscheins erhöht sich, wenn die Volatilität ansteigt und alle anderen Parameter konstant bleiben, und vice versa.

Schwäche des Black-Scholes-Modells

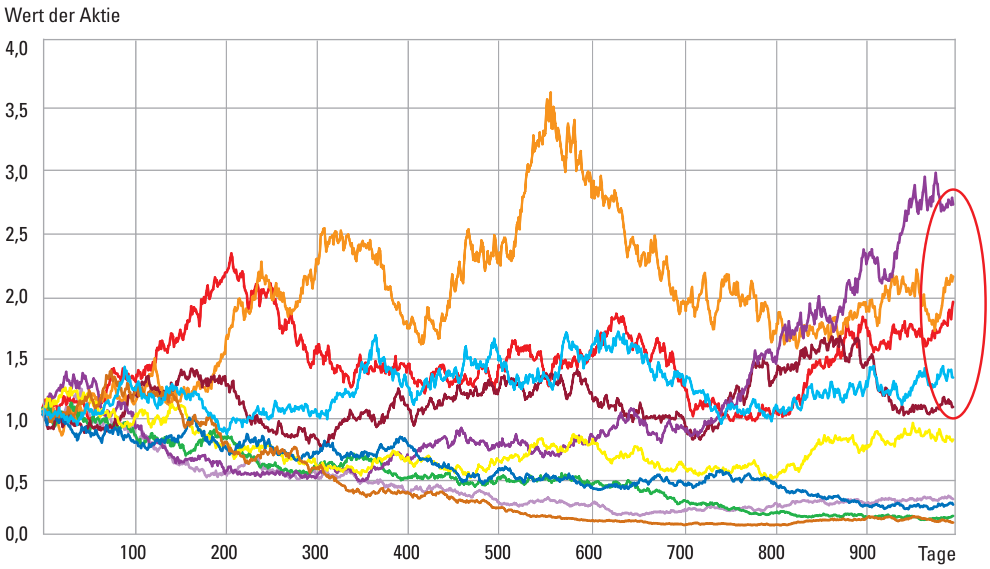
An dieser Stelle wird auch die wesentliche Schwäche des Black-Scholes-Modells ersichtlich: Es geht von einer konstanten Volatilität über die Laufzeit hinweg aus. Es lassen sich allerdings implizite Volatilitäten ableiten, die nach Laufzeit und Strike variieren. Setzt man diese implizite Volatilität in das Black-Scholes-Modell ein, um den Wert einer Option mit einem bestimmten Strike zu bestimmen, so geht man wieder davon aus, dass diese eingesetzte Volatilität für den kommenden Zeitraum konstant ist. Beispiel: Beträgt die implizite Volatilität für die kommenden 12 Monate 15% und die implizite Volatilität für die kommenden 24 Monate 18%, so muss sich die Volatilität zwischen dem Ende des ersten Jahres und dem Ende des zweiten Jahres ändern. Dies aber widerspricht dem Black-Scholes-Modell, das von konstanten Volatilitäten ausgeht.

↗ Grafik 17: Mögliche Kursverläufe bei Volatilität = 10%, Drift = 4%



Anmerkung: Volatilität = 10% p.a.; Drift = 4% p.a.
Quelle: Eigene Simulation

↗ Grafik 18: Mögliche Kursverläufe bei Volatilität = 40%, Drift = 4%



Anmerkungen: Volatilität = 40% p.a.; Drift = 4% p.a.
Quelle: Eigene Simulation

Volatilitätsindizes

03

Da sich viele Anleger für den Stand der Volatilität interessieren, war es naheliegend, Volatilitätsindizes zu entwickeln. In den USA gab es zunächst den VIX® Index, der die Volatilität des S&P 500® Index misst, es folgte in Deutschland der VDAX®, der als Maßzahl für die Volatilität des DAX® dient. Wie diese Indizes berechnet werden, wollen wir im folgenden Kapitel erläutern.

3.1 VDAX-NEW®

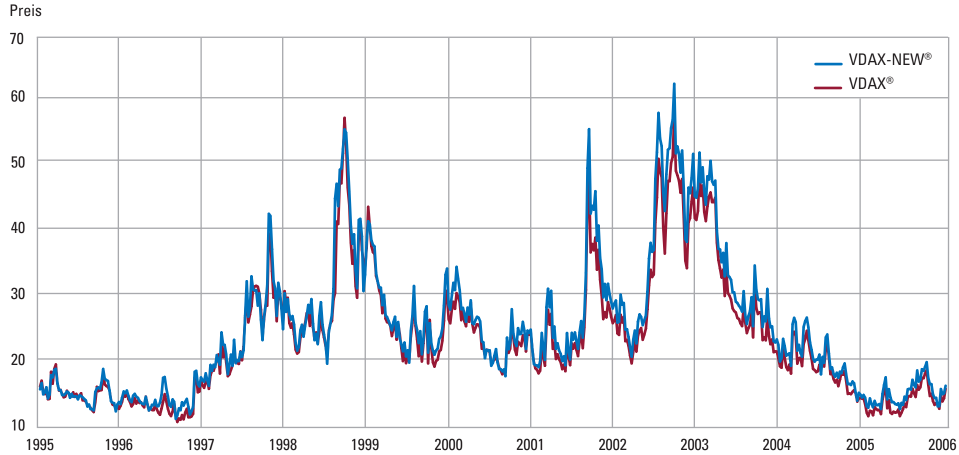
Der VDAX-NEW® ist der neue Volatilitätsindex der Deutschen Börse, dessen Aufgabe es ist, die aktuell vom Markt erwartete Volatilität für den DAX® zu messen[17]. Der VDAX-NEW® löst den alten VDAX® ab, dessen Berechnungsmethode es nicht erlaubte, den Index mit tatsächlich gehandelten Optionen nachzubilden, so dass es nicht möglich war, Derivate auf den Index anzubieten. Im Unterschied zum bisherigen Index wird der Indexstand des VDAX-NEW® nicht mehr aus der impliziten Volatilität einer fiktiven Option berechnet, sondern aus den impliziten Volatilitäten (genauer gesagt aus der Wurzel von impliziten Varianzen) von tatsächlich an der Eurex gehandelten Optionen. Wie Grafik 19 zeigt, hat sich der Kursverlauf des VDAX-NEW® gegenüber dem alten VDAX® dadurch nur minimal verändert[18]. Da der Index nun 1:1 durch ein Portfolio aus den entsprechenden Eurex-Optionen nachgebildet werden kann, lassen sich jetzt auch Derivate anbieten, die sich auf den VDAX-NEW® beziehen.

Berechnung

Der VDAX-NEW® bildet die vom Markt erwartete Volatilität für die nächsten 30 Tage ab. Am einfachsten wäre dies sicherlich darzustellen, wenn man dazu die implizite Volatilität einer DAX®-Option mit einer Restlaufzeit von 30 Tagen heranziehen könnte. Doch ganz so einfach ist es leider nicht, da bei dieser Methode einige Fragen offen bleiben: Welchen Strikepreis soll die Option haben? Soll es ein Put oder Call sein? Was mache ich, wenn keine Option auf den DAX® mit einer Restlaufzeit von exakt 30 Tagen gehandelt wird?

17) Eine detaillierte Erläuterung des VDAX-NEW® finden Sie auch in der Goldman Sachs KnowHow-Akademie 34.
18) Die historische Korrelation zwischen VDAX® und dem zurückgerechneten VDAX-New beträgt 0,992.

↗ Grafik 19: Gegenüberstellung des VDAX® und des (zurückberechneten) VDAX-NEW®



Anmerkung: Zur besseren Vergleichbarkeit wurden die Indizes am 04.01.99 auf 100 Punkte standardisiert.
Quelle: Deutsche Börse AG; Start: 20.01.1995; Stand: 20.01.2006

Um diese Probleme aus dem Weg zu räumen, hat sich die Deutsche Börse in Zusammenarbeit mit Goldman Sachs Folgendes überlegt: Der VDAX-NEW® wird nicht aus impliziten Volatilitäten von am Markt gehandelten Optionen mit verschiedenen Strikes und Laufzeiten abgeleitet, denn dies würde einen erhöhten Rechenaufwand erfordern und weitere Nachteile mit sich bringen.

Stattdessen wird für den VDAX-NEW® nicht die erwartete Volatilität, sondern die erwartete Varianz berechnet. Zwar entspricht, wie bereits erwähnt, die erwartete Varianz der quadrierten erwarteten Volatilität, dennoch ist diese Unterscheidung wichtig, wie im Folgenden gezeigt werden wird.

Zentral für die Berechnung des Index ist die sogenannte Put-Call-Parität. Mit ihrer Hilfe können wir die folgende Formel formulieren:

$$F_i = K_{i,0} + R_i \cdot (\mathrm{Call}_i - \mathrm{Put}_i)$$

Dabei entspricht F_i dem Forwardpreis des DAX® für den Zeitraum i, d.h. dem vom Wert zweier Optionen abgeleiteten modelltheoretischen DAX®-Stand im Zeitpunkt i. $K_{i,0}$ steht für den Strikepreis und R_i stellt den Aufzinsungsfaktor dar.

Neu an der Berechnung des VDAX-NEW® ist außerdem, dass nun aus dem Geld stehende Optionen[19)] herangezogen werden, die gewisse Kriterien bezüglich des Spreads, also der Differenz zwischen Ankaufs- und Verkaufskurs, und bezüglich des Abstands des Strikes zum aktuellen Kurs erfüllen. Unter den so ausgewählten Optionen wird nun derjenige Strike bestimmt, bei dem die Differenz zwischen dem Call- und Put-Preis am geringsten ist. Bei allen Strikes, die darunter liegen, wird der aktuelle Wert des Puts als Aus-dem-Geld-Preis weiterverwendet, bei den darüber liegenden Strikes der Kurs der Calls. Diese Preise werden nun aufgezinst und mit einem Faktor gewichtet. Dieser Faktor ist umso höher, je größer der mittlere Abstand zu den umliegenden Strikes ist, und umso höher, je kleiner der absolute Wert des Strikes ist. Die so berechneten gewichteten aufgezinsten Aus-dem-Geld-Optionspreise werden aufsummiert und mit Faktor 2 multipliziert. Davon abgezogen wird die quadrierte Differenz zwischen dem Quotienten des anfangs berechneten Forwardkurses dividiert durch den Strike und 1. Zuletzt wird der sich ergebende Wert noch auf den Zeitraum von einem Jahr standardisiert, da uns meistens die annualisierte Volatilität interessiert.

19) Aus dem Geld stehende Optionen sind in der Regel liquider, d.h. sie werden häufiger und in größeren Stückzahlen gehandelt, so dass sie ein gutes Bild über die aktuelle vom Markt eingepreiste implizite Volatilität geben.

Tabelle 4: Formeln zur Berechnung des VDAX-NEW®

$$F_i = K_{i,0} + R_i \cdot (Call_i - Put_i)$$

$$s_i^2 = \frac{2}{T_i}\sum_j \frac{\Delta K_{i,j}}{K_{i,j}^2} \cdot R_i \cdot M(K_{i,j}) - \frac{1}{T_i}\left(\frac{F_i}{K_{i,0}} - 1\right)^2$$

$$\text{VDAX-NEW}^{\circledR}_i = 100 \cdot \sqrt{s_i^2}$$

F	= Forwardpreis	s_i^2	= Varianz
K	= Strikepreis, bei dem der betragsmäßige Unterschied zwischen dem Mittelkurs des Calls und dem des Puts am geringsten ist	T_i	= Zeit bis zum Laufzeitende der jeweiligen DAX®-Option
R	= Aufzinsungsfaktor	K_{ij}	= Strike der j-ten Out-of-the-money-Option des i-ten Fälligkeitsmonats
$Call_i$	= Mittelkurs des Calls mit Strikepreis K	ΔK_{ij}	= durchschnittlicher Abstand zwischen dem nächsthöheren und dem nächstniedrigeren Strikepreis
Put_i	= Mittelkurs des Puts mit Strikepreis K		

Ermittelt haben wir damit die implizierte Varianz des Basiswertes. Wenn wir daraus die Wurzel ziehen und diese mit 100 multiplizieren, erhalten wir die implizierte Standardabweichung und somit die implizite Volatilität (siehe Tabelle 4: „Berechnung des VDAX-NEW®" und Goldman Sachs KnowHow-Akademie 34). Wir haben damit allerdings die implizite Volatilität für nur einen Verfalltermin ausgerechnet. Die Deutsche Börse berechnet acht solcher Subindizes, die die oben beschriebenen Berechnungen für acht Verfalltermine durchführen. Eine Interpolation aus den beiden nächsten jeweils für eine Fälligkeit in 30 Tagen berechneten Subindizes ergibt fortlaufend den Wert des (30-Tage-)VDAX-NEW®.

Außer dem VDAX-NEW® wird seit einiger Zeit auch der VSTOXX®-Index gemessen, der auf die gleiche Weise berechnet wird wie der VDAX-NEW®. Der VSTOXX®-Index misst die implizite 30-Tage-Volatilität des Dow Jones Euro Stoxx 50® Index und basiert demzufolge auf den an der Eurex gehandelten Optionen auf den Dow Jones Euro Stoxx 50®.

3.2 VIX® Index

Die Berechnung des VDAX-NEW® hat sich an der Berechnung des VIX® Index orientiert, der bereits im Jahr 2003 auf die neue Berechnung umgestellt wurde[20]. Zuvor war der VIX® Index ähnlich wie der alte VDAX® berechnet worden. Eine zusätzliche Neuerung gab es jedoch. Während sich der VIX® Index vor der Umstellung auf das implizite Volatilitätsniveau des S&P 100® bezog, reflektiert er mittlerweile die Wurzel der impliziten Varianz des S&P 500® Index.

20) Eine detaillierte Vorstellung des neu berechneten VIX® finden Sie in der Goldman Sachs KnowHow-Akademie 25.

04 Handelsstrategien

Goldman Sachs hat als erste Investmentbank Finanzprodukte auf den neu entwickelten Volatilitätsindex VDAX-NEW® emittiert. Wie Tabelle 5 zeigt, gibt es unterdessen jeweils ein Open-End-Produkt auf den VDAX-NEW®, auf den VIX®, den VSMI® und auf den VSTOXX® (siehe Kapitel 4.1), so dass Anleger aus einer Vielzahl von Volatilitätsprodukten auswählen können.

4.1 Open-End-Produkte

Die Open-End-Produkte auf den VDAX-NEW® (WKN GS0DVD) und auf den VSTOXX® (WKN GS0DVS) partizipieren an der Entwicklung des VDAX-NEW® bzw. des VSTOXX®[21], des Volatilitätsindex auf den Euro Stoxx 50®. Da beide Indizes die vom Markt erwartete Volatilität abbilden und nicht etwa die tatsächlich realisierte, setzen Anleger mit dem Zertifikat genau gesagt darauf, dass die erwartete Volatilität stärker steigt als bisher vom Markt erwartet.

↗ Tabelle 5: Open-End-Produkte in der Übersicht

WKN	Ratio	Basiswert
GS0GVS	0,5898336477	VSMI® Index
GS0DVD	0,127359703	VDAX-NEW® Index
GS0DVS	0,4107441351	VSTOXX® Index
GS0DVX	0,0889567667	CBOE Volatility Index® (VIX) Future

Stand: 29. Juni 2007

Die genaue Funktionsweise dieser Produkte lässt sich gut erklären, wenn man sich das Open-End-Produkt zunächst aus Sicht des Emittenten anschaut. Goldman Sachs spekuliert nicht gegen die Anleger, sondern versucht eine Absicherungsposition einzugehen, um von für Goldman Sachs nachteiligen Marktbewegungen wirtschaftlich gesehen unberührt zu bleiben und um die mit den emittierten Produkten verbundenen Verpflichtungen erfüllen zu können. Bei einem Partizipations-Zertifikat auf den DAX® beispielsweise würde Goldman Sachs für jedes verkaufte Zertifikat DAX®-Anteile zur Absicherung erwerben. Dies ist beim VDAX-NEW® nicht ohne weiteres möglich, da sich der VDAX-NEW® immer auf die vom Markt erwartete Volatilität für die nächsten 30 Tage bezieht. Dies aber lässt sich nur dann unproblematisch mit den VDAX®-NEW-Subindizes abbilden, wenn der nächste Fälligkeitstermin des VDAX-NEW®-Subindex in genau 30 Tagen liegt. An allen anderen Tagen wird der Index aus den beiden Subindizes mit den nächsten Fälligkeiten interpoliert. Damit verändert sich die Indexzusammensetzung kontinuierlich. Würde Goldman Sachs nun versuchen, den Index 1:1 abzubilden, müsste diese Absicherungsposition täglich angepasst werden. Tag um Tag würde der VDAX-NEW®-Subindex, der als nächstes ausläuft, schwächer gewichtet als derjenige, der anschließend ausläuft. Um diese für den Anleger kostspielige Anpassung zu umgehen, hat sich Goldman Sachs dafür entschieden, nur einmal monatlich zu rollen, und zwar an dem Tag, an dem die Restlaufzeit des ersten Subindex exakt 30 Tage beträgt und daher genau mit dem VDAX-NEW® übereinstimmt. Demzufolge haben Anleger jeweils an diesem Tag das Recht, ihr Open-End-Produkt auszuüben. Goldman Sachs wird das Open-End-Produkt nun in den nächsten Kontrakt rollen, der sich auf den 30-Tage-Zeitraum vor dem übernächsten Subindex-Verfalltermin bezieht und dessen Level auch als synthetisches Forwardlevel bezeichnet wird.

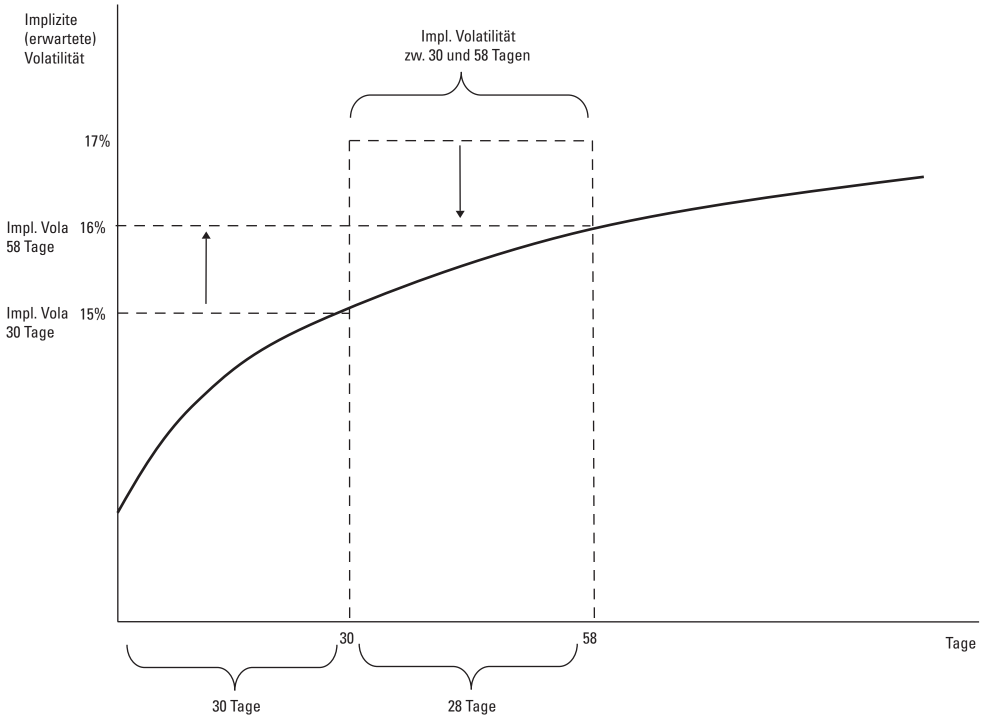
Für Anleger ist wichtig zu wissen, dass es bei diesem Rollen zu unerwünschten Effekten kommen kann. Neben den Rollkosten von 0,25 Indexpunkten, die Goldman Sachs unter anderem durch den Spread zwischen An- und Verkaufskurs entstehen, beeinflussen vor allem zwei Komponenten die Wertentwicklung des Open-End-Produkts:
1) der Verkaufspreis der „alten“ Volatilität
2) der Kaufpreis der neuen Volatilität

Am einfachsten lässt sich der Effekt dieser Preisdifferenz an einem Beispiel erklären. Angenommen, der erste Subindex wäre in 30 Tagen fällig und würde bei 15 Punkten notieren, der zweite Subindex wäre in 58 Tagen fällig und würde bei 16 Punkten notieren. Dann läge der synthetische Forwardlevel, d.h. die erwartete Volatilität für den Zeitraum 30–58 Tage, bei

$$\sqrt{\frac{(16^2 \cdot 58 - 15^2 \cdot 30)}{28}} \approx 17 \text{ Punkte}$$

21) In der nachfolgenden Analyse wollen wir uns auf das VDAX-NEW®-Produkt beschränken, wobei die Funktionsweise des Open-End-Produkts auf den VSTOXX® die gleiche ist.

↗ Grafik 20: Synthetisches Forwardlevel



Quelle: Eigene Berechnung

Intuitiv ist evtl. nicht gleich einleuchtend, warum der synthetische Forwardkurs über den beiden Subindexlevels liegt. Anhand eines extremeren Beispiels wird dies aber deutlich: Läge der erste Subindex bei 0 Punkten und der 58-Tage-Subindex bei 15 Punkten, so würde dies bedeuten, dass der Markt für die nächsten 30 Tage keine Schwankung erwartet, aber für die nächsten 58 Tage eine durchschnittliche Volatilität von 15%. Wenn aber dieselben Marktteilnehmer für die nächsten 30 Tage keine Schwankung erwarten, muss für den Markt über die Tage 30–58 eine sehr hohe Volatilität erwartet werden, damit dies konsistent ist mit der erwarteten Volatilität von 15% über den Zeitraum 0–58 Tage.

In Grafik 20 wird dies noch einmal verdeutlicht. Läge der Forwardlevel, d.h. die erwartete Volatilität für den Zeitraum 30–58 Tage, unter 16%, so könnte sich über den Zeitraum 0–58 Tage keine erwartete Volatilität von 16% ergeben. Wie aus der Formel oben ersichtlich wird, sind die 16% nicht einfach der Durchschnitt aus 15% und 17%, dennoch hilft der Durchschnitt als grobe Faustformel, wenn die beiden Zeiträume ungefähr gleich lang sind.

Davon ausgehend wollen wir uns nun die beiden Seiten des Rollvorgangs noch einmal genauer betrachten:

1) Der Verkaufspreis der „alten" Volatilität

Der synthetische Forward wird am Tag 30 wieder verkauft. Um denselben Stand wie am Tag 0 zu erreichen, muss die implizite Volatilität für die kommenden 28 Tage 17% betragen. Würde die implizite Volatilität 18% betragen, ließe sich ein höherer Verkaufserlös erzielen.

2) Der Kaufpreis der neuen Volatilität

Nun muss aber wieder in einen neuen synthetischen Forward gerollt werden: die implizite Volatilität für den Zeitraum 58–93 Tage (alte Zeitskala). Ist die Forwardkurve der Volatilität nach wie vor ansteigend, werden also noch höhere Volatilitäten erwartet, wirkt sich dies negativ auf den Wert des Zertifikats aus, da der Anleger nun einen höheren Preis für die in der Zukunft liegende implizite Volatilität bezahlen muss, als er für die verkaufte implizite Volatilität erhalten hat.

Allgemeiner formuliert, wird bei einer ansteigenden Forwardkurve die billige Volatilität verkauft und die teure, länger laufende Volatilität gekauft. Damit dies für den Anleger wertneutral stattfinden kann, muss das Bezugsverhältnis bzw. Ratio beim Rollen angepasst werden.
In dem in der Grafik 20 dargestellten Szenario würde sich das Ratio demnach wie folgt entwickeln:

Nehmen wir an, dass am Tag 30 die implizite Volatilität für Tag 30–58 bei 17%, die implizite Volatilität für den Zeitraum 58–93 Tage aber bei 19% liegt. Dann ergibt sich unter Berücksichtigung der Rollkosten von 0,25 Punkten eine Anpassung des Ratios, das vorher bei 1 lag, auf:

$$\frac{17}{19{,}25} = 0{,}8831$$

In diesem Szenario würde der Anleger also ab diesem Rolltermin nur 0,8831 Anteile am VDAX-NEW® halten.

Je steiler somit die Forwardkurve ist, d.h. je stärker der Markt einen Anstieg der Volatilität erwartet, umso stärker verringert sich das Ratio beim Rollen. Mit dem Open-End-Produkt auf den VDAX® setzt der Anleger auf einen stärkeren Anstieg der Volatilität als bereits vom Markt erwartet. Steigt die erwartete Volatilität an, aber weniger stark als vom Markt bereits erwartet, dann sinkt der Wert des Open-End-Produkts.
Im derzeitigen niedrigen Volatilitätsumfeld ist die Forwardkurve typischerweise ansteigend. Somit bedeutet ein Anstieg des VDAX-NEW® erst dann einen Wertanstieg des Produkts, wenn die Volatilität stärker ansteigt, als es vom Markt erwartet wird.

Szenario 1:
Das für einen Anleger in einem Volatilitätsprodukt ungünstigste Szenario ist demnach, wenn ein Anstieg der Volatilität vorausgesagt wird, dieser aber ausbleibt, und dennoch weiterhin mit einem Anstieg der Volatilität gerechnet wird.

Szenario 2:
Das vorteilhafteste Szenario für den Anleger ist ein hohes Volatilitätsniveau, bei dem ein Absinken der Volatilität vorausgesagt wird, dieses aber ausbleibt.

Auch auf den VIX® bietet Goldman Sachs ein Open-End-Produkt an, das sich allerdings auf den jeweiligen VIX®-Future bezieht und laufend von einem Future in den nächsten gerollt wird. Dies muss aber nicht unbedingt der nächste Kalendermonat sein, da nicht für jeden Monat Futures existieren. Die aktuellen VIX®-Futures sind unter www.cboe.com zu finden. Auch hier hängt die Wertentwicklung des Zertifikats von der Forwardkurve der Volatilität ab. Ist diese ansteigend, so muss beim Rollen der „billige“ Future verkauft und der „teure“ Future gekauft werden. Das Ratio des Open-End-Produkts GS0DVX ist seit der Emission am 24. Mai 2005 von 0,1 auf 0,0889567667 (Stand: 29.06.07) gefallen.

VIX®-Futures entsprechen dem synthetischen Forwardkontrakt auf den VDAX-NEW®. Der Juli-07-Future des VIX® hat als Settlementkurs somit den Stand des VIX® im Juli 2007. Damit spiegelt der Future die aktuell vom Markt erwartete 30-Tage-implizite-Volatilität ab Juli 2007 wider. Anleger, die einen Call-Optionsschein auf diesen Future kaufen, rechnen also damit, dass der VIX® am Laufzeitende des Calls höher steht als der Future an ihrem Kauftag. Gerollt wird jeweils vom gerade verfallenden Future in den nächsten Future. Bei dem Open-End-Produkt auf den VIX®-Index mit der WKN GS0DVX muss der Anleger außerdem beachten, dass das Investment nicht währungsgesichert ist. VIX®-Futures werden in US-Dollar gehandelt, so dass der aktuelle EUR/USD-Wechselkurs den Wert des Open-End-Produkts beeinflusst.

4.2 Partizipations-Zertifikate mit begrenzter Laufzeit

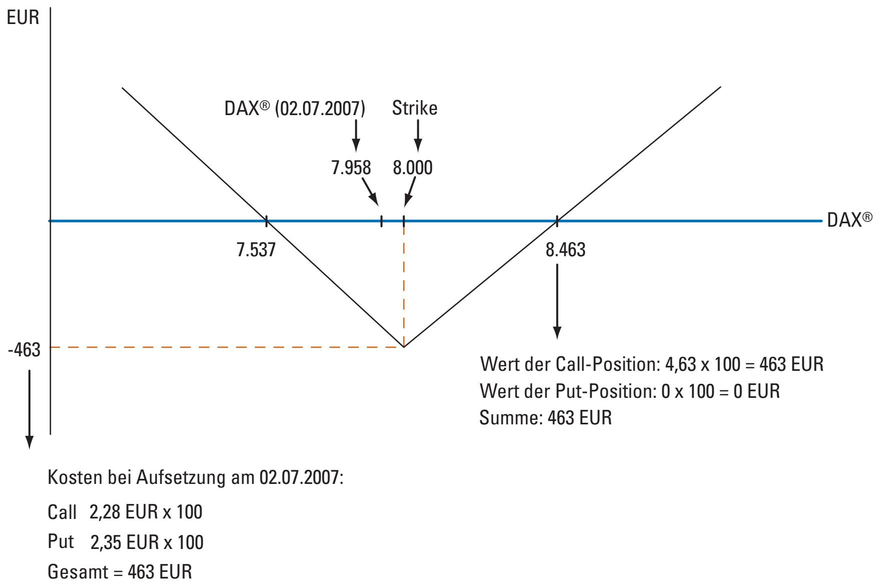
Partizipations-Zertifikate auf den VDAX-NEW® mit begrenzter Laufzeit haben den Vorteil, dass das Auszahlungsprofil klar ist und keinerlei Rollkosten anfallen. War eine solche Laufzeit bis 21.12.05 begrenzt, so war die Anlage gewinnbringend, wenn der VDAX-NEW® über dem Kaufkurs stand. Lag der VDAX-NEW®-Index am Laufzeitende unter dem Kaufkurs, hat der Anleger einen Verlust erlitten.

Allerdings bedeutet dies noch nicht, dass sich ein solches Zertifikat 1:1 mit dem Index bewegen muss. So wird auch der Kurs eines solchen Zertifikats in den seltensten Fällen mit dem aktuellen Kurs des VDAX-NEW® übereinstimmen. Vielmehr handelt man mit einem laufzeitbegrenzten Partizipations-Zertifikat einen Forward auf den VDAX-NEW®. Der aktuelle Kaufkurs entspricht der vom Markt für den nächsten 30-Tage-Zeitraum erwarteten Volatilität. Nur wenn dieser Wert kleiner ist als die für die kommenden 30 Tage erwartete Volatilität, hat sich das Investment für den Anleger gelohnt. Der Anleger setzt also wiederum darauf, dass der VDAX-NEW® höher notiert als vom Markt am Kaufzeitpunkt bereits erwartet.

4.3 Volatilitätsstrategien

Auf eine Veränderung der Volatilität können Anleger auch mit dem Handel von Optionen/Optionsscheinen (im Nachfolgenden sollen die Begriffe äquivalent benutzt werden) setzen. Hierzu wollen wir uns die Optionspreisformel und die einzelnen Komponenten einer Option noch einmal in Erinnerung rufen. Wie in Kapitel 2.3 erläutert, umfasst eine Option nicht nur ein Risiko gegenüber der Veränderung des Basiswerts (gemessen durch das Delta), sondern auch ein Risiko gegenüber einer Veränderung der Volatilität (Vega), der Zinsen (Rho) und der Veränderung des Delta (Gamma) etc. Im Kontext der im Folgenden erörterten Volatilitätsstrategien sind für uns vor allem das Delta- und das Vega-Risiko von Interesse.

↗ Grafik 21: Gewinn und Verlust Straddle am Laufzeitende 22.08.2007



Anmerkung: Für dieses Beispiel wurden der Call GS5H2A und der Put GS5HJ1 gewählt, die jeweils einen Strike von 8.000 Punkten, eine Laufzeit bis 22.08.2007 und ein Ratio von 0,01 haben.

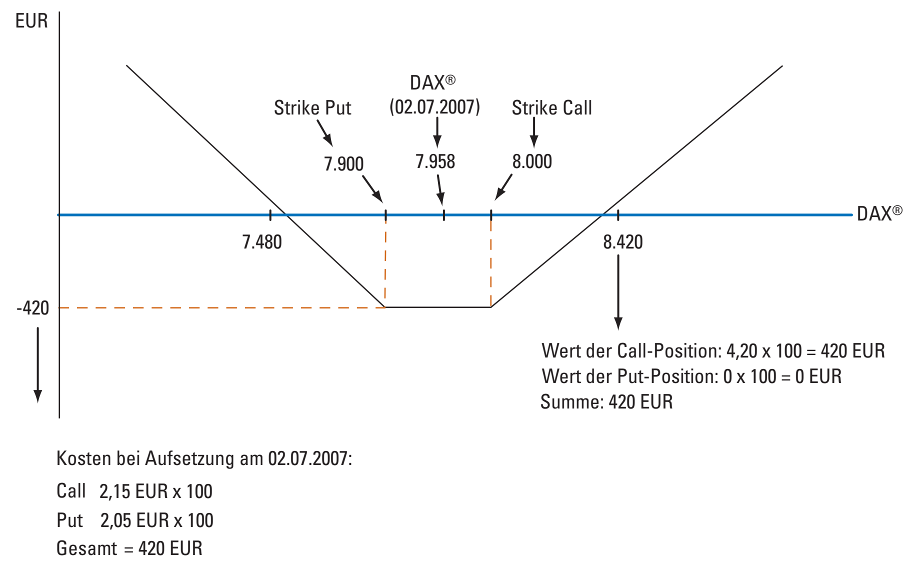
Straddle

Welche Delta- und welche Vega-Position besitzt der Anleger, wenn er eine Call- und eine Put-Option auf dasselbe Underlying mit der gleichen Laufzeit und dem gleichen Strike kauft? Ein solches Portfolio aus zwei Optionen wird Straddle genannt. Das Delta einer solchen Position ist zwar nicht 0, d.h., dass eine Veränderung des Basiswerts immer noch einen Einfluss auf den Wert des Portfolios hat. Wie aber in Grafik 21 zu erkennen ist, führt eine starke Bewegung des Basiswerts zu einem Anstieg der kombinierten Position. Fällt der Basiswert, hat das Portfolio ein negatives Delta, steigt der Basiswert, hat es ein positives Delta, denn das immer größer werdende positive Delta des Calls überwiegt das betragsmäßig immer kleiner werdende Delta des Puts. Je höher der Basiswert steigt, umso mehr wird der Call wert und umso weniger der Put. Dasselbe gilt umgekehrt für den Fall, dass der Basiswert fällt.

Doch gilt dies auch für die Volatilitätsposition? Wie oben bereits erwähnt, besitzen der Call und der Put ein positives Vega. Steigt nun die Volatilität, erhöhen sich beide Werte und damit auch der Wert des Portfolios. Mit einem Straddle setzt man somit auf steigende Volatilität. Auch hier sei wieder darauf hingewiesen, dass man genauer gesagt auf steigende implizite Volatilität (die erwartete Volatilität bis zum Verfalltag) setzt. Allerdings bezahlt man die Long-Volatilitäts-Position über den Zeitwertverlust (Theta). Wie in Grafik 21 zu erkennen ist, muss sich demnach der Basiswert bis zum Laufzeitende relativ stark bewegen, er muss also sehr volatil sein, damit der Gesamtgewinn positiv ausfällt.

Eine solche Strategie eignet sich für Situationen, in denen ein Unternehmen z.B. ein Übernahmegebot erhalten hat und/oder ein Gerichtsurteil erwartet. Allerdings sei darauf hingewiesen, dass es nicht reicht, dass sich die Aktie in den kommenden Wochen stark bewegt. Sie muss stärker steigen oder fallen als bislang vom Markt erwartet, da die vom Markt erwartete Volatilität schon in den Wert der Option eingepreist ist.

Grafik 22: Gewinn und Verlust Strangle am Laufzeitende 22.08.2007



Anmerkung: Für dieses Beispiel wurden der Call GS5H2A (Strike 8.000) und der Put GS72YE (Strike 7.900) gewählt, die jeweils eine Laufzeit bis 22.08.2007 und ein Ratio von 0,01 haben.

Strangle[22)]

Ist ihm der Preis für die Optionen zu hoch, hat der Anleger die Möglichkeit, stattdessen einen Strangle zu kaufen. Ein Strangle ist ähnlich strukturiert wie ein Straddle mit dem einzigen Unterschied, dass die beiden Strikepreise etwas weiter auseinander liegen (siehe Grafik 22). Der Strike des Calls liegt etwas höher, der Strike des Puts etwas niedriger. Dadurch werden beide Optionen günstiger. Der Nachteil allerdings ist, dass auch die Gewinnmöglichkeiten beschränkt sind. Der Basiswert muss sich relativ stark bewegen, damit die Position gewinnbringend ist.

ATMF-Straddle

Die Finanzgemeinde hat aber einen noch direkteren Weg entwickelt, an der Volatilität zu partizipieren: einen sogenannten At-the-money-Forward-Straddle (ATMF-Straddle). Dies beinhaltet das Recht, einen Straddle an einem bestimmten Tag zu kaufen. Der Straddle, d.h. der Put und Call, an sich existiert erst ab diesem Tag und hat eine beschränkte Restlaufzeit. Die beiden Optionen befinden sich an diesem ersten Tag am Geld, d.h. der Strike entspricht dem dann aktuellen Stand des Basiswerts (häufig wird auch der Forwardkurs des Basiswerts gewählt). Mit dieser Konstruktion kann man sich sicher sein, dass man reine Volatilität handelt, da der Wert des Forward-(Starting-)Straddle fast linear von der Volatilität beeinflusst wird.

Calendar Spread

Ein sogenannter „calendar spread“ bedeutet, dass man eine kurzlaufende am Geld stehende Call- oder Put-Option verkauft und eine langlaufende am Geld stehende Call- oder Put-Option kauft. Steigt nun das Volatilitätsniveau an, erhöht sich der Wert der langlaufenden gekauften Option stärker, als der Wert der kurzlaufenden, die der Investor short ist, fällt, so dass man einen Profit einfahren kann.

Volatility/Variance-Swap

An dieser Stelle sei auch erwähnt, dass institutionellen Anlegern eine noch breitere Palette an Instrumenten zur Verfügung steht, um auf die Veränderung der impliziten Volatilität, der realisierten Volatilität oder auf die Veränderung der impliziten gegenüber der realisierten Volatilität zu setzen.

22) Manchmal wird diese Strategie auch als „bottom vertical combination“ bezeichnet.

Dementsprechend lassen sich diese Instrumente für diverse Ziele nutzen: zum Spekulieren auf zukünftige Volatilitätsniveaus, zum Handel des Spreads zwischen impliziter und realisierter Volatilität oder zur Absicherung von ungewollten Volatilitätspositionen, die beispielsweise dadurch entstanden sind, dass man sein Aktien-Portfolio mit Put-Optionen abgesichert hat. Meist werden sogenannte Volatility-Swaps oder auch Variance-Swaps eingesetzt. Das Auszahlungsprofil eines Volatility-Swaps sieht wie folgt aus:

$$(\sigma_R - K_{vol}) \cdot N$$

Dabei entspricht σ_R dem über die Laufzeit des Kontraktes realisierten (annualisierten) Volatilitätsniveau. K_{vol} ist das Strikelevel, d.h. die annualisierte Volatilität, die vom Käufer des Swaps geliefert werden muss. Der Käufer des Volatility-Swaps erhält 1 Euro für jeden Volatilitätspunkt, den die realisierte Volatilität über dem Strikelevel liegt. So wie bei anderen Swap/Forward-Kontrakten ist der faire Wert der Volatilität das Strikelevel, so dass der Swap einen Wert von 0 hat.

$$E\left[(\sigma_R - K_{vol}) \cdot N\right]$$
$$= (E\left[\sigma_R\right] - K_{vol}) \cdot N$$

Da der Erwartungswert der realisierten Volatilität dem Level der impliziten Volatilität entspricht, gilt:

$$= (\sigma_{impl} - K_{vol}) \cdot N = 0$$
$$\Rightarrow K_{vol} = \sigma_{impl}$$

Damit ist sofort ersichtlich, dass der Käufer eines 3-Monats-Swaps beispielsweise für jeden Prozentpunkt, den die über die nächsten 3 Monate realisierte Volatilität über der für diese 3 Monate erwarteten Volatilität liegt, ***N*** Euro ausgezahlt bekommt.

Wie eingangs erwähnt, gibt es neben diesen Volatility-Swaps auch sogenannte Variance-Swaps, die sich von Volatility-Swaps nur dadurch unterscheiden, dass nun die jeweils quadrierten Werte, d.h. die Varianzen, herangezogen werden. Der Grund dafür liegt in der verbesserten Replizierbarkeit. Um während der Laufzeit den Wert eines Swaps bestimmen zu können, schaut man sich den Wert eines Portfolios aus gehandelten Optionen mit unterschiedlichen Strikes an. Es lässt sich zeigen, dass der Variance-Swap der Swap ist, der am leichtesten nachgebildet werden kann.

Es stellt sich die Frage, weshalb man nicht einfach die implizite Volatilität einer liquide gehandelten Option als Grundlage für die implizite Volatilität nimmt. Das Problem, das sich dabei stellt, ist eine Variablenabhängigkeit von der Volatilität, mit anderen Worten: Auch das Vega ist nicht konstant. Dies kann umgangen werden, indem man einfach Optionen mit verschiedenen Strikepreisen heranzieht. Sobald das Vega der einen Option abfällt, steigt das Vega der anderen Option an, so dass man im Idealfall aggregiert ein konstantes Vega über alle Strikes hinweg beobachten kann. Durch Aufsummieren, Gewichtung mit $\frac{1}{K^2}$ und Umformen lässt sich zeigen, dass der Black-Scholes-Wert eines solchen Portfolios wie folgt aussieht[23]:

$$\pi(S, \sigma \cdot \sqrt{\tau}) = \frac{S-F}{F} - \log(\frac{S}{F}) + \frac{\sigma^2 \cdot \tau}{2}$$

Dabei entspricht S dem aktuellen Kurs des Basiswerts, F dem oben aufgeführten Forwardkurs und der Restlaufzeit. Möchte man nun zu Beginn der Laufzeit eine Abhängigkeit von der Volatilität σ von 1 haben, dann muss man $\frac{2}{T}$ Anteile dieses Portfolios erwerben.

$$\pi(S, \sigma \cdot \sqrt{\tau}) = \frac{2}{T} \cdot \left[\frac{S-F}{F} - \log(\frac{S}{F})\right] + \frac{\sigma^2 \cdot \tau}{T}$$

Der erste Summand lässt sich als $\frac{1}{F}$ Anteile an einer Long-Position in einer Aktie und einer Short-Position in einer Anleihe vorstellen. Der zweite Teil der Gleichung stellt eine Short-Position in einem log-Kontrakt[24] dar. Hedgt man nun diese beiden Komponenten ab, bleibt nur noch $\frac{\sigma^2 \cdot \tau}{T}$ übrig, das den Wert des Gesamtportfolios bestimmt. Zu Beginn der Laufzeit sollte der faire Wert dieses Ausdruckes σ^2_{impl} sein, d.h. der impliziten Volatilität entsprechen. Nach Laufzeitende wird klar, dass der ursprüngliche faire Wert σ^2_{real} die realisierte Volatilität hätte sein sollen. Das Auszahlungsprofil der wie beschrieben abgesicherten Gesamtposition ist somit:

$$(\sigma^2_{real} - \sigma^2_{impl})$$

Dies entspricht wieder dem eingangs beschriebenen Auszahlungsprofil für einen Variance-Swap.

23) Niedrigere Strikes müssen stärker gewichtet werden, da der absolute Wert des Vega bei ihnen kleiner ist. Somit erklärt sich auch die Gewichtung der Optionen in der Formel zur Berechnung des VDAX-NEW®-Index.

24) Ein log-Kontrakt soll an dieser Stelle nicht detailliert erläutert werden. Angemerkt sei nur, dass das Auszahlungsprofil des Derivats vom Logarithmus des Basiswertkurses abhängt.

Portfolio-Optimierung

05

Wir möchten an dieser Stelle noch einmal das Konzept der Portfolio-Optimierung im μ-σ-Raum darstellen, um zwei Punkte zu verdeutlichen. Zum einen soll gezeigt werden, wie essenziell Volatilität für etliche grundlegende Modelle in der Finanzökonomie ist, zum anderen soll deutlich werden, weshalb Volatilität als Anlageklasse sehr sinnvoll sein kann.

Der von Harry Markowitz wissenschaftlich untersuchte Diversifikationseffekt wurde 1952 in seiner Veröffentlichung zur Portfolio-Optimierung beschrieben. Seine These ist, dass sich das Risiko eines Gesamtportfolios durch die Beimischung von nicht perfekt positiv korrelierten Wertpapieren verringern lässt. Risiko wird in diesem Zusammenhang durch die Varianz bzw. die Standardabweichung/Volatilität gemessen. Wie der Diversifikationseffekt funktioniert, lässt sich in einigen wenigen Schritten zeigen.

Die Statistik lehrt uns, dass sich die Varianz σ_P^2 eines Portfolios *P*, das aus Aktie *A* und Aktie *B* besteht, wie folgt zusammensetzt:

$$\sigma_P^2 = \alpha^2 \cdot \sigma_A^2 + \beta^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \sigma_{A,B}$$

$$\sigma_P^2 = \alpha^2 \cdot \sigma_A^2 + \beta^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{A,B}$$

σ_A^2	Varianz Aktie A
σ_B^2	Varianz Aktie B
α	Gewicht Aktie A
$\beta = 1 - \alpha$	Gewicht Aktie B
$\sigma_{A,B} = \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{A,B}$	Kovarianz Aktie A und B
$\rho_{A,B}$	Korrelationskoeffizient Aktie A und B $\left(-1 \le \rho_{A,B} \le +1\right)$

Man kann sich hier Aktie A aber auch als ein Portfolio von Wertpapieren vorstellen. Es ist sofort ersichtlich, dass die Portfoliovarianz σ_P^2 umso kleiner wird, je kleiner der Korrelationskoeffizient $\rho_{A,B}$ ist. Im Extremfall einer perfekt negativen Korrelation von –1 lässt sich die Portfoliovarianz durch passende Gewichtung sogar auf 0 minimieren. Dies lässt sich mit einfachen Rechenoperationen zeigen (siehe Grafik 23).

Wenn ich also 57,1% des Portfolios in Aktie A investiere und 42,9% in Aktie B, erhalte ich ein Portfolio, das keinerlei Schwankungen ausgesetzt ist, denn die Bewegungen der Aktie A und B gleichen sich genau aus, da sie negativ korreliert sind. Unter der Freiheit von Arbitrage muss die erwartete Rendite somit dem risikolosen Zinssatz entsprechen.

↗ Grafik 23: Berechnung der Portfoliovarianz

Die Portfoliovarianz ist

$$\sigma_P^2 = \alpha^2 \cdot \sigma_A^2 + \beta^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \sigma_{A,B}$$

Die Annahme einer perfekt negativen Korrelation

$\rho_{A,B} = -1$ führt zu:

$$\sigma_P^2 = \alpha^2 \cdot \sigma_A^2 + \beta^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot (-1)$$

Durch Anwendung der Binomischen Formel ergibt sich:

$$\sigma_P^2 = (\alpha \cdot \sigma_A - \beta \cdot \sigma_B)^2$$

Daraus folgt für die Standardabweichung des Portfolios

$$\sigma_P = \alpha \cdot \sigma_A - \beta \cdot \sigma_B$$

Da $\beta = 1 - \alpha$ und wir $\sigma_P = 0$ fordern, folgt:

$$\sigma_P = \alpha \cdot \sigma_A - (1 - \alpha) \cdot \sigma_B = 0$$

Aufgelöst nach α ergibt sich:

$$\alpha = \frac{\sigma_B}{\sigma_A + \sigma_B}$$

Beispiel:

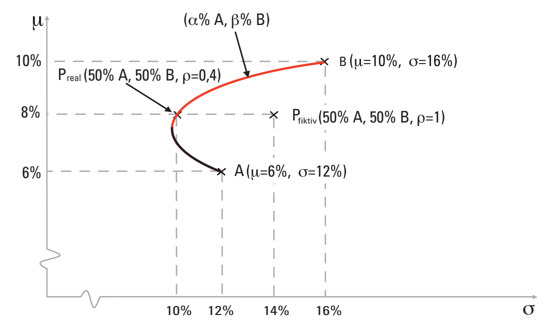
$\sigma_A = 12\%$	Standardabweichung Aktie A
$\sigma_B = 16\%$	Standardabweichung Aktie B
$\Rightarrow \alpha = 0{,}5714$	Gewichtung Aktie A

Zusammenfassend kann man sagen, dass Anlagen, die mit einem bisherigen Portfolio negativ korreliert sind, das Gesamtrisiko eines neuen Portfolios senken können. Die rückberechnete Korrelation des VDAX-NEW® mit dem DAX®-Index beträgt –0,5361. Die Korrelation zum Nebenwerteindex M-DAX® beträgt sogar –0,8896. Somit kann man bei einer Anlage in den Volatilitätsindex vom Diversifikationseffekt profitieren und das Risiko seines Portfolios verkleinern.

In Grafik 24 ist in rot solch ein effizienter Rand abgetragen. Die schwarze und die rote Linie zusammen stellen alle möglichen Kombinationen aus Aktie A und Aktie B dar, wenn wir von einem Korrelationskoeffizienten $\rho = 0{,}4$ ausgehen[25]. Allerdings sind nur die Portfolios effizient, die sich auf der roten Linie befinden. Denn warum sollte ein Anleger in ein Portfolio investieren, das auf der schwarzen Linie liegt? Er bekäme einen höheren Ertrag für das gleiche Risiko, wenn er in das entsprechende Portfolio auf der roten Linie investieren würde.

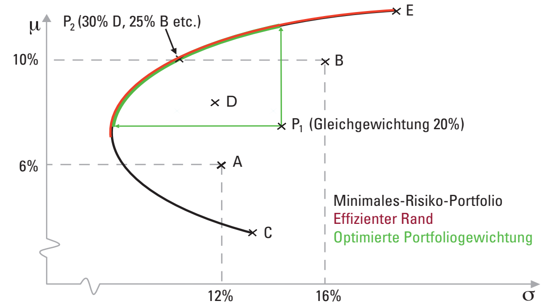
In Grafik 25 sind nun neben A und B noch mehr Wertpapiere im Anlageuniversum dazugekommen und haben damit den effizienten Rand nach links verschoben. Es gibt nun theoretisch eine unendlich große Anzahl an Portfolios, die aus einer Kombination der verschiedenen Wertpapiere gebildet werden können. Allerdings befinden sich diese alle in dem Bereich rechts von der durchgezogenen Linie. Diese Linie stellt alle Portfolios dar, die jeweils für einen gegebenen Ertrag die/das minimalste Varianz/Standardabweichung/Risiko haben. Suchen wir uns nun ein Portfolio P_1 heraus, das nicht auf dem effizienten Rand liegt, so wird offensichtlich, dass diese Portfoliogewichtung der einzelnen Wertpapiere in keinster Weise optimal ist. Wir können den gleichen Ertrag mit einem niedrigeren Risiko erreichen, wenn wir uns entlang des horizontalen Pfeils bewegen, oder beim gleichen Risiko einen höheren Ertrag, wenn wir uns entlang des vertikalen Pfeils bewegen. Welches Portfolio auf dem effizienten Rand wir aber genau wählen, hängt von unseren individuellen Risikopräferenzen ab.

↗ Grafik 24: Portfolio-Optimierung (1)



Quelle: Eigene Berechnung

↗ Grafik 25: Portfolio-Optimierung (2)



Quelle: Eigene Berechnung

25) Es wird an dieser Stelle davon ausgegangen, dass Aktien nicht leerverkauft werden können.

Fazit

06

Mit dem vorliegenden Volatilitäts-Kompass hoffen wir, Ihnen den Begriff der Volatilität ein Stück näher gebracht zu haben. Es ist zu erwarten, dass in den nächsten Jahren noch etliche Innovationen auf dem Gebiet folgen werden. Dies betrifft nicht nur die Produktseite, sondern auch die Forschung. Dieser Leitfaden sollte Sie mit dem nötigen Grundwissen ausgestattet haben, um diesen Innovationen mit Interesse entgegenzusehen. Bei der Bewertung neuer Derivate auf Volatilität als Basiswert sollten dem Anleger folgende Fragen als Leitlinie dienen:

- Auf welche Volatilität bezieht sich das Produkt genau?
  - Ist es realisierte oder implizite Volatilität?
  - Über welchen Zeitraum wird die Volatilität gemessen?

- Welchen Volatilitätsstand erwartet der Markt zur Zeit?

- Welche anderen Faktoren haben einen Einfluss auf den Wert des Produktes (Forwardkurve, Rollkosten etc.)?

- Wie hoch muss der Index steigen, damit ich in der Gewinnzone liege?

Vor allem bei der Beantwortung der letzten Frage sollte der Anleger aber zwei Gesichtspunkte voneinander trennen: die stilisierten Fakten der Volatilität, die in der Regel schon im Markt eingepreist sind, und seine persönlichen Erwartungen über die zukünftige Volatilität.

Bei der Beurteilung von Innovationen, die der Volatilitätsmessung dienen, sollte man sich außerdem fragen, wie die Innovation im Kontext der bisher vorhandenen Modelle einzuordnen ist. Die zentrale Frage lautet: Schafft es das neue Modell, Volatilität „besser“ zu erklären als die bisher vorhandenen Modelle? Falls ja, muss man bewerten, wie die Relation zwischen der gewonnenen Präzision und der erhöhten Komplexität ist.

Weiterführende Informationen

07

Nachfolgend eine kleine Auswahl an Quellen für weiterführende Informationen zum Thema Volatilität:

Internet

Goldman Sachs KnowHow-Akademien zu Themen rund um Derivate:
www.goldman-sachs.de
(Menüpunkt „Zertifikate-Wissen“, „Akademie“)

Beispiele:

Akademie	6	Optionspreis-Modell
Akademie	7	Delta und Gamma
Akademie	14	Historische Volatilität
Akademie	17	Absicherung von Aktienportfolios
Akademie	25	Volatilität: So profitieren Anleger ohne Umwege
Akademie	34	Neues vom VDAX®
Akademie	36	Open-End-Volatilitätskurven-Produkt auf den VDAX-NEW®

Deutsche Börse:
www.deutscheboerse.de
unter Trading & Clearing > Indizes > Volatilitätsindizes > VDAX-NEW®
z.B.: Leitfaden zu den Volatilitätsindizes der Deutschen Börse, Version 2.4, Januar 2007

Bücher

Hull, J.C. (2003):
Options, Futures and other Derivatives, Prentice Hall

Rebonato, R. (2004):
Volatility and Correlation, John Wiley & Sons

Taylor, S.J. (2005):
Asset Price Dynamics, Volatility, and Prediction, Princeton University Press

Artikel

Bollerslev, T., Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, Journal of Econometrics, 31 (1986), 307-327

Booth, G.G. und Gurun, U.G. (2004): Financial archaeology: capitalism, financial markets, and price volatility, Michigan State University

Engle, R.F. und Patton, A.J.: What good is a volatility model?, Quantitative Finance, Volume 1 (2001), 237-245

Engle, R.F. (1982): Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation, Econometrica, 50: 987-1007

Gallant, A.R., Rossi, P.E. und Tauchen, G.E. (1992): Stock prices and volume, Review of Financial Studies, 5: 199-242

Giot, P. (2005): Implied Volatility Indexes and Daily Value at Risk Models, The Journal of Derivatives, Summer 2005, 54-64

Glosten, L.R., Jagannathan, R. und Runkle, D.E. (1993): On the Relation Between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks, Journal of Finance 48, 1779-1801

Granger, C.W.J. und Poon, S.-H. (2003): Forecasting volatility in financial markets: A review, Journal of Economic Literature 41, 478-539

Harrison, P. (1998): Similarities in the distribution of stock market price changes between the eighteenth and twentieth centuries, Journal of Business, 71: 55-79

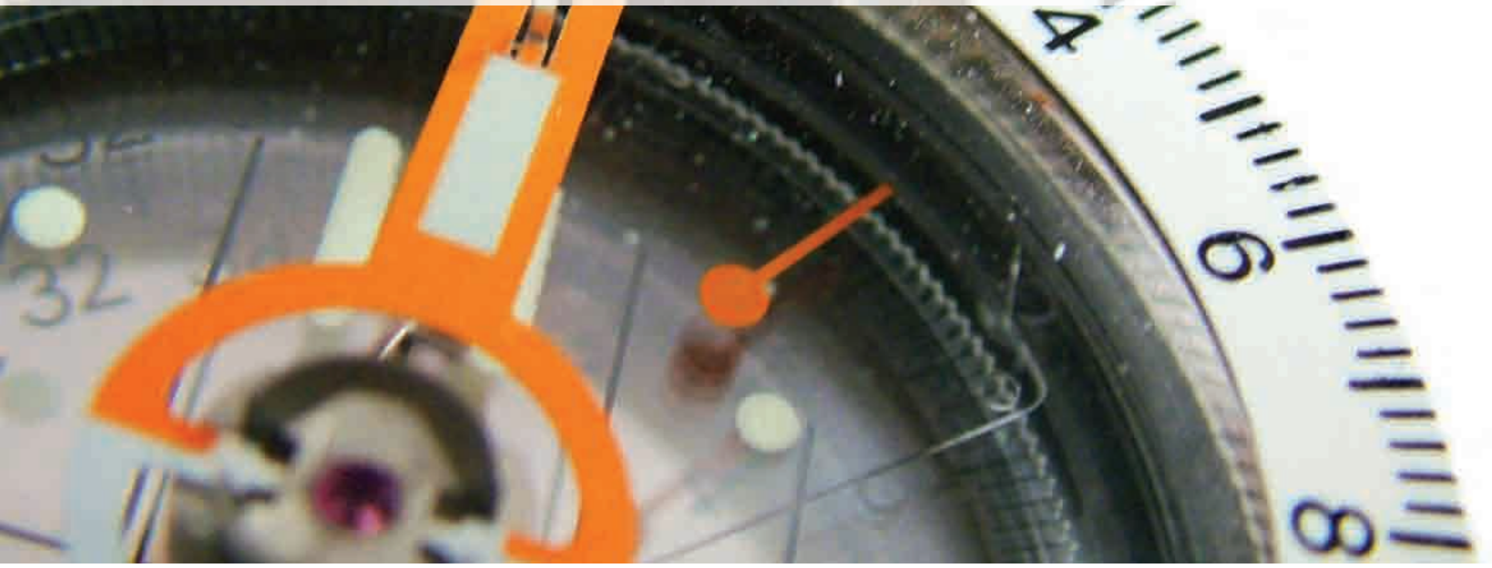
Martens, M. und Zein, J. (2004): Predicting financial volatility: high-frequency time-series forecast vis-à-vis implied volatility, Journal of Futures Markets, 24: 1005-1028

↗ Wichtige Hinweise

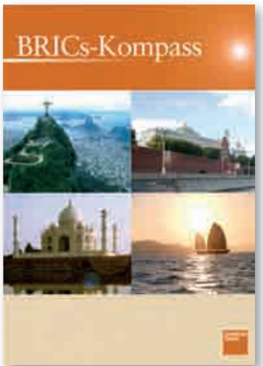
↗ Indizes

Orientierung und Informationen für Anleger:

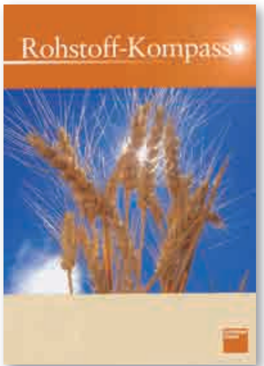
Die Kompass-Serie



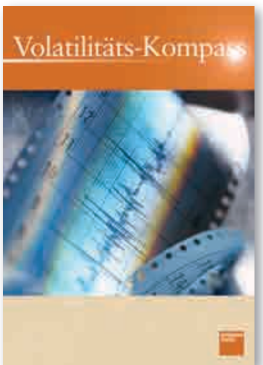
Die beliebte Aktienalternative mal ganz genau unter die Lupe genommen.



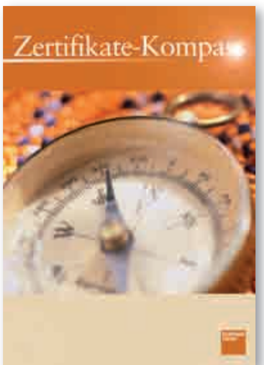
Die vier aufstrebenden Schwellenländer und ihr Potenzial für Anleger.



Rohstoffe als Beimischung für das Portfolio. Wie Anleger in Rohstoffe investieren können.



Wie die Märkte und Investments durch Volatilität beeinflusst werden.



Von A wie Airbag bis V wie Vermögensbildung: Anlagezertifikate werden immer beliebter.

Neu:

Währungs-Kompass
Erscheinungstermin:
Ende August 2007

Währungen: Historisches und Aktuelles zur Anlage in Devisen.

Informieren leicht gemacht

Weiterführende Informationen zu allen in dieser Broschüre behandelten Themen rund um Zertifikate gibt Ihnen jederzeit gerne Ihr Goldman-Sachs-Team. Sie können uns unter 0800 67 463 67 kostenlos telefonisch erreichen.

Volatilität, Rohstoffe, Zertifikate und Co.

Mit den Broschüren und Magazinen von Goldman Sachs stets auf dem Laufenden sein. Das Anlegermagazin „KnowHow“ bringt Sie Monat für Monat auf den aktuellsten Stand. Rohstoffe, Volatilität und Zertifikate sowie die BRIC-Staaten werden jeweils in einer Ausgabe der Kompass-Serie beleuchtet. Weitere Broschüren informieren über unsere Produkte und Produktkategorien. Mit einem Newsletter versenden wir wöchentlich unseren Rohstoff-Radar.

Neugierig geworden?

Werfen Sie einen Blick auf unsere Internetseite www.goldman-sachs.de.
Dort stehen neben tagesaktuellen Daten auch viele Informationsquellen zum Download für Sie bereit.

Kontakt

Internet	www.goldman-sachs.de
Videotext	n-tv, Seite 710 – 729
Hotline (D)	(0 69) 75 32 11 11
Hotline (AT)	(08 00) 23 10 01
Kursansage	(0 69) 75 32 10 34
Bloomberg	GSSD [GO]

FREE CALL
Die kostenlose Optionsschein-Infoline von Goldman Sachs. Einfach besser informiert sein!

0800 – OS – I N F O S
0800 – 6 7 – 4 6 3 6 7

3. Auflage, August 2007
Impressum: Goldman Sachs International, Zweigniederlassung Frankfurt. Anschrift: Friedrich-Ebert-Anlage 49, MesseTurm, 60308 Frankfurt am Main. Telefon: 069/75 32-11 11. Telefax: 069/75 32-33 44. E-Mail: warrants@gs.com. Internet: www.goldman-sachs.de Redaktion: Dirk Heß. Konzeption, Layout und Produktion: addc, Hilden. E-Mail: info@addc.de. Druck: Hassmüller KG Graphische Betriebe, Frankfurt am Main. E-Mail: service@hassmueller.de. Stand: August 2007. Der Goldman Sachs Volatilitäts-Kompass kann kostenlos bei der Herausgeberin bezogen werden. Datenquellen: Bloomberg L.P., Deutsche Börse AG, Goldman, Sachs & Co. oHG, Reuters. Fotos: Corbis, Creatas, Getty Images.

www.goldman-sachs.de

Goldman Sachs International, Zweigniederlassung Frankfurt, Securitised Derivatives,
MesseTurm, Friedrich-Ebert-Anlage 49, 60308 Frankfurt am Main,
Telefax: (069) 75 32 33 44, E-Mail: warrants@gs.com, zertifikate@gs.com