

Herleitung der DAV-Sterbetafel 1994 R für Rentenversicherungen

Bodo Schmithals und Esther U. Schütz (Köln)

1. Einleitung

Der Kalkulation und Reservierung von Rentenversicherungen liegt in Deutschland seit 1989 auf Anordnung des Bundesaufsichtsamtes für das Versicherungswesen [BAV1] die von Lühr [L] hergeleitete Sterbetafel 1987 R zugrunde. Eine ganze Reihe von Lebensversicherungsunternehmen verzeichnen bereits heute Risikoverluste in ihrem Bestand an fälligen Renten nach diesen Rechnungsgrundlagen.

Vor diesem Hintergrund hat die Arbeitsgruppe „Biometrische Rechnungsgrundlagen“ der Deutschen Aktuarvereinigung die Sterblichkeit im Bereich der Rentenversicherung untersucht und eine neue Sterbetafel für Rentenversicherungen erarbeitet, die im folgenden als DAV-Sterbetafel 1994 R bezeichnet wird. Diese Sterbetafel wird den Verantwortlichen Aktuaren von der Deutschen Aktuarvereinigung empfohlen als Grundlage für die Berechnung ausreichend vorsichtig bemessener – aber auch nicht überhöhter – Deckungsrückstellungen für Rentenversicherungen. Zugleich soll die Sterbetafel zur Prämienkalkulation geeignet sein.

Mitglieder der Arbeitsgruppe „Biometrische Rechnungsgrundlagen“ waren José Ferrer, Hans-Jürgen Büdenbender, Horst Claßen, Eckhard Häbler, Horst Loebus, Catherine Pallenberg, Ulrich Remmert, Christian Schedel, Günther Segerer, Gabriele Westphal und der erstgenannte Autor. Unser Dank gilt Karsten Knauf, Kornelia Nolle, Roswitha Schlierf und Guido Scholz für ihre tatkräftige Mitarbeit.

Als statistische Basis liegen der neuen Sterbetafel vor allem Daten der deutschen Bevölkerungsstatistik zugrunde. Daneben finden insbesondere die von der Münchener Rückversicherungs-Gesellschaft zur Verfügung gestellten Auswertungen zur Sterblichkeit bei Rentenversicherungen Verwendung. Diese Auswertungen umfassen die Bestände von sechs deutschen Lebensversicherungsgesellschaften über einen Beobachtungszeitraum von 26 Jahren und dürften damit das umfassendste Material über die Versichertensterblichkeit bei (privaten) Rentenversicherungen in Deutschland sein. Methodische Überlegungen zur Erstellung unternehmenseigener Sterbetafeln, etwa vergleichbar denen bei Loebus [Lo], werden im folgenden nicht angestellt, da wohl kaum ein Lebensversicherungsunternehmen über einen genügend großen Bestand an Rentenversicherungen verfügt, um die Entwicklung einer eigenen Sterbetafel auf hinreichend gesicherter statistischer Grundlage durchführen zu können.

Wie schon bei der Herleitung der DAV-Sterbetafel 1994 T für Versicherungen mit Todesfallcharakter in der Arbeit von Loebus [Lo] wird dem Thema einer angemessenen Sicherheitsspanne für eine nachteilige Abweichung von der erwarteten Sterblichkeit – und das heißt beim Erlebensfallrisiko für den Fall einer geringeren Sterblichkeit als erwartet – besondere Aufmerksamkeit gewidmet. Dies ist beim Erlebensfallrisiko deshalb so wichtig, weil sich die Erhöhung der Lebenserwartung auch in den letzten Jahren fortgesetzt hat und Anzeichen für eine Trendumkehr nicht erkennbar sind.

Bevor die Herleitung der neuen Sterbetafel dargestellt wird, wollen wir noch kurz die zunächst überraschende Tatsache, daß die Sterbetafel 1987 R schon heute nicht mehr ausreichend ist, näher begründen. Dabei wird sich auch ergeben, daß eine unveränderte Übertragung des methodischen Vorgehens von Lühr auf das insbesondere durch die Allgemeine Deutsche Sterbetafel 1986/88 aktualisierte Beobachtungsmaterial der Bevöl-

kerungsstatistik nicht angemessen ist. Drei Gesichtspunkte sind hier vor allem zu nennen:

1. Die Sterblichkeitsverbesserung der Bevölkerung in der Bundesrepublik Deutschland in den achtziger Jahren ist – jeweils bezogen auf ein Jahr – wesentlich stärker als die säkulare Sterblichkeitsverbesserung der letzten 100 Jahre in Deutschland. Dies wird im Vergleich der Bevölkerungssterbetafeln 1990/92 und 1986/88 mit der von Lühr als Ausgangspunkt für das Sterblichkeitsniveau verwendeten Bevölkerungssterbetafel 1981/83 deutlich (Graphik 1). In dem für die Rentenversicherung wichtigen Altersbereich ab 60 Jahren beträgt der Rückgang der Sterbewahrscheinlichkeiten im Zeitraum von 1981/83 bis 1990/92 bei Männern im Mittel der Alter etwa 15% und bei Frauen 17%. Umgerechnet bedeutet dies eine jährliche Sterblichkeitsverbesserung von durchschnittlich 1,8% bei Männern und 2,1% bei Frauen. In dem Zeitraum von 1981/83 bis 1986/88 liegt die durchschnittliche jährliche Sterblichkeitsabnahme sogar noch höher. Die von Lühr verwendete, auf dem säkularen Sterblichkeitstrend basierende Projektion der Sterblichkeitsentwicklung geht dagegen nur von einer jährlichen Sterblichkeitsverbesserung im Altersbereich von 60 bis 89 Jahren von im Mittel der Alter 0,49% bei Männern und 1,02% bei Frauen aus.

2. Die Abweichung der Versichertensterblichkeit von der Bevölkerungssterblichkeit konnte von Lühr nur pauschal und damit in einigen Altersbereichen in unzureichender Höhe berücksichtigt werden.

Graphik 2 zeigt die relative Sterblichkeit in den von der Münchener Rück ausgewerteten Versicherungsbeständen von fälligen Renten für den Zeitraum 1988 bis 1992 im Vergleich mit der Sterbetafel 1987 R, d. h. das Verhältnis der Anzahl der beobachteten Toten zu der nach der Sterbetafel 1987 R erwarteten Anzahl der Toten analog Formel (2) unten. Dabei ist die Sterbetafel 1987 R mit der für das jeweilige Alter und Kalenderjahr gültigen Altersverschiebung angesetzt.

Bei Männern besteht demnach eine bis zu 40%-ige Untersterblichkeit, die mit wachsendem Alter bis auf etwa 10% sinkt. Bei Frauen sieht der Verlauf anders aus: Untersterblichkeit liegt erst ab einem Alter von 77 Jahren vor und dann in einer Größenordnung von bis zu 25%. Der Grund für diese Ergebnisse ist – über die Auswirkungen der gerade beschriebenen Entwicklung der Bevölkerungssterblichkeit hinaus – in dem von Lühr vorgenommenen pauschalen Abschlag von nur knapp 20% für die Versichertensterblichkeit im Verhältnis zur Bevölkerungssterblichkeit durch eine einheitliche Altersverschiebung um 2 Jahre zu suchen.

Zum Vergleich ist in Graphik 2 außerdem das Verhältnis der Sterbetafel für Altersrentner (ohne Berufs- und Erwerbsunfähigkeitsrentner) der Gesetzlichen Rentenversicherung im Zeitraum 1986 bis 1988 nach Rehfeld und Scheitl [RS] zur Sterbetafel 1987 R mit den für das Kalenderjahr 1987 gültigen Altersverschiebungen dargestellt. Dadurch werden die Ergebnisse der Münchener Rück grundsätzlich bestätigt, da zu erwarten ist, daß die Sterblichkeit in der Gesetzlichen Rentenversicherung zwischen der Bevölkerungssterblichkeit und der Versichertensterblichkeit bei privaten Rentenversicherungen liegt.

3. Bei Lühr fehlen Sicherheitszuschläge für eine nachteilige Abweichung von den Prognoseergebnissen völlig, die aber künftig sogar gesetzlich vorgeschrieben sind (Artikel 18 der Dritten Richtlinie Lebensversicherung und Verordnung nach § 65 des Versicherungsaufsichtsgesetzes).

Die in den knapp zehn Jahren seit Erarbeitung der Sterbetafel 1987 R beobachtete Sterblichkeitsentwicklung und die durch die Umsetzung der Dritten Richtlinie Lebensversicherung veränderten gesetzlichen Rahmenbedingungen führen dazu, daß hier ein

anderer methodischer Ansatz verwendet wird, der jedoch in einer ganzen Reihe von Punkten auf die Überlegungen von Lühr und zuvor von Rueff [R] zurückgreift.

2. Grundsätzlicher methodischer Ansatz

Wegen der fortschreitenden Sterblichkeitsverbesserung kann in der Rentenversicherung nicht von aktuellen Periodensterbetafeln ausgegangen werden, sondern es muß in einem Modell die in Zukunft erwartete Sterblichkeit einbezogen werden. Da gleichzeitig aufgeschobene und sofort beginnende Rentenversicherungen abgeschlossen werden, benötigt man Rechnungsgrundlagen für eine große Spanne von Geburtsjahrgängen. In dieser Situation ist die Verwendung des Modells der Generationensterbetafeln für jeden einzelnen Geburtsjahrgang angemessen. Dazu äquivalent ist das Modell einer zweidimensionalen, nach Alter und Kalenderjahr abgestuften Sterbetafel.

Die Herleitung einer solchen zweidimensionalen Sterbetafel läßt sich in zwei Schritte zerlegen:

1. Die Bestimmung einer Basistafel, die als Periodensterbetafel die aktuelle Sterblichkeit bei Rentenversicherungen wiedergibt.
2. Den Ansatz einer Projektion für die künftige langfristige Entwicklung der Sterblichkeit bei Rentenversicherungen.

Bei beiden Schritten sind angemessene Sicherheitszuschläge zu berücksichtigen. Bei der Basistafel handelt es sich dabei um den Sicherheitszuschlag für das statistische Schwankungsrisiko, bei der Projektion der künftigen Sterblichkeit um den Sicherheitszuschlag für das Änderungsrisiko.

Mit der so ermittelten zweidimensionalen Sterbetafel können Prämien und Rückstellungen für Rentenversicherungen berechnet werden. Als Alternative zu diesem in Deutschland bisher nicht gebräuchlichen Berechnungsverfahren soll in der Tradition von Rueff und Lühr als dritter Schritt der Übergang auf eine eindimensionale Sterbetafel vollzogen werden:

3. Die Überleitung des Systems der Generationensterbetafeln in das Näherungsverfahren der Altersverschiebung.

Diese drei Schritte werden im folgenden getrennt behandelt, beginnend mit dem zweiten Schritt.

Ziel ist die Herleitung einer Sterbetafel für das Erlebensfallrisiko bei Rentenversicherungen für alle Alter. Da jedoch das Erlebensfallrisiko wirtschaftlich vor allem für fällige Renten von Bedeutung ist, wird der Sterblichkeit der 60-Jährigen und Älteren eine besondere Aufmerksamkeit gewidmet.

3. Projektion des langfristigen Sterblichkeitstrends

Schließt 1995 ein 20-Jähriger eine Rentenversicherung ab, so benötigt man zur Kalkulation und Reservierung Sterbewahrscheinlichkeiten bis in die 70er Jahre des kommenden Jahrhunderts. Für eine derart langfristige Projektion erscheint es problematisch, den Sterblichkeitstrend beispielsweise nur des letzten Jahrzehnts zu extrapolieren. Für längere Zeiträume stehen aber in Deutschland nur die Daten der Bevölkerungsstatistik zur Verfügung; das Beobachtungsmaterial über Versichertensterblichkeit in der privaten oder gesetzlichen Rentenversicherung ist nicht umfassend genug bzw. reicht nicht weit genug in die Vergangenheit.

Daher gehen wir – insoweit Rueff, Lühr sowie Bomsdorf und Trimborn [BT] folgend – von den allgemeinen deutschen Sterbetafeln für einen möglichst großen Zeitraum aus. Der Trend wird aus diesen Sterbetafeln durch den auch von den genannten Autoren verwendeten logarithmisch-linearen Ansatz

$$\ln(q(x, t)) = -F(x)t + B(x) \quad (1)$$

gewonnen. Dabei bezeichnet $q(x, t)$ die Sterbewahrscheinlichkeit eines x -Jährigen im Kalenderjahr t . Für die Logarithmen der Sterbewahrscheinlichkeiten des Alters x wird also lineare Regression in der Variablen t vorausgesetzt. Die Regressionsgeraden – $F(x)t + B(x)$ ermittelt man mit der Methode der kleinsten Quadrate aus Sterbetafeln der Vergangenheit. Der Ansatz (1) bedeutet, daß die jährliche relative Abnahme der Sterbewahrscheinlichkeit für x -Jährige als konstant angenommen wird:

$$\frac{q(x, t+1)}{q(x, t)} = e^{-F(x)}.$$

Damit wollen wir nicht unterstellen, daß die Sterbewahrscheinlichkeiten in der Zukunft gegen 0 konvergieren. Vielmehr verwenden wir den Ansatz nur als Modell für einen beschränkten Zeitraum. Diese Modellierung der künftigen Sterblichkeitsveränderung ist auch im Ausland verbreitet.

Als Ausgangspunkt werden wie bei Bomsdorf und Trimborn alle elf allgemeinen deutschen Sterbetafeln für die Trendbestimmung herangezogen, d. h. die Sterbetafeln 1871/81, 1881/90, 1891/1900, 1901/10, 1910/11, 1924/26, 1932/34, 1949/51, 1960/62, 1970/72 und 1986/88. (Bei Lühr liegen die Sterbetafeln 1901/10 bis 1970/72 und die ausgeglichene abgekürzte Sterbetafel 1981/83 zugrunde.) Das arithmetische Mittel der $F(x)$ für $60 \leq x \leq 89$ beträgt dann für Männer 0,0054 und für Frauen 0,0095. Das entspricht einem durchschnittlichen jährlichen Rückgang der Sterbewahrscheinlichkeiten um 0,54% bzw. 0,94% (Tabelle 1, Spalte 2). Die Korrelationskoeffizienten von t und $\ln(q(x, t))$ zeigen bei dieser Datenbasis (im Durchschnitt über die Alter x) eine sehr gute Annäherung an lineare Abhängigkeit.

Es soll noch diskutiert werden, welche Ergebnisse man erhält, wenn nur ein Teil der elf Sterbetafeln in die Trendberechnung einbezogen wird. Der durchschnittliche Rückgang der Sterbewahrscheinlichkeiten wird bei Frauen um so stärker, je mehr Sterbetafeln, beginnend bei den ältesten, aus der Betrachtung ausgeschlossen werden. Betrachtet man z. B. nur die vier Sterbetafeln aus der Zeit nach dem Zweiten Weltkrieg, so liegt der durchschnittliche Rückgang der Sterbewahrscheinlichkeiten der Alter von 60 bis 89 Jahren bei 1,52% (Tabelle 1, Spalte 3). Bei Männern liegt keine monotone Entwicklung vor. Der Wert für den aus den letzten vier Sterbetafeln hergeleiteten Trend beträgt 0,48%. Ein ganz anderes Bild ergibt sich – wie schon in der Einleitung erörtert – wenn man die zwanzig oder zehn jüngsten abgekürzten Sterbetafeln des Statistischen Bundesamtes zugrundelegt, d. h. die abgekürzten Sterbetafeln 1971/73 bzw. 1981/83 bis 1990/92 für das frühere Bundesgebiet (für 1986/88 statt dessen die Allgemeine Deutsche Sterbetafel). Der nach dem Ansatz (1) ermittelte Trend führt zu durchschnittlichen jährlichen Sterblichkeitsverbesserungen in dem betrachteten Altersbereich von 1,60% für 1971/73 bis 1990/92 bzw. 1,85% für 1981/83 bis 1990/92 bei Männern und 2,17% bzw. 2,11% bei Frauen (Tabelle 1, Spalten 4 und 5).

Vergleicht man den Jahrhunderttrend der elf allgemeinen deutschen Sterbetafeln mit dem Trend der letzten zwei Jahrzehnte und dem Trend des letzten Jahrzehnts im altersabhängigen Verlauf (Graphik 3), so zeigt sich zunächst ein stark schwankender Verlauf der beiden kurzfristigen Trends. Dieser ist vermutlich auf die Kürze der Beobachtungszeit-

räume zurückzuführen, sowie darauf, daß hier nicht ausgeglichene Sterbetafeln zugrunde liegen. Charakteristisch ist jedoch die stark beschleunigte Sterblichkeitsabnahme in höheren und sehr hohen Altern bei stagnierender und teilweise sogar zurückgehender Sterblichkeitsverbesserung in mittleren Altern.

Hier spiegelt sich vermutlich wider, daß sich die Fortschritte der Medizin in diesem Jahrhundert zunächst auf die Bekämpfung von Infektionskrankheiten und damit auf die Sterblichkeit in jüngeren und mittleren Altern auswirkten, in den letzten Jahrzehnten dagegen zunehmend auf Herz- und Kreislauferkrankungen und andere chronische Alterserkrankungen und damit auf die Sterblichkeit in höheren Altern. Auch das ist nur eine Vergangenheitsbetrachtung; welche Todesursachen durch die künftigen Fortschritte der Medizin vornehmlich reduziert werden und welche Sterblichkeitsverbesserungen in bestimmten Altersgruppen dadurch erreicht werden können, ist schwer vorherzusagen (vgl. hierzu auch [SA]).

Darüber hinaus spielen in Vergangenheit und Zukunft auch Verhaltensänderungen z. B. im Bereich der Ernährung oder des Rauchens und Veränderungen der Umwelt- und Arbeitsbedingungen für die Sterblichkeitsentwicklung eine große Rolle, wie schon das Beispiel der Sterblichkeit in der DDR im Vergleich zur Bundesrepublik nahelegt (vgl. [SB2], Abschnitt 4.4). Außerdem ist zu beachten, daß in der Bundesrepublik Deutschland im Altersbereich unter 40 Jahren bei Männern und unter 30 Jahren bei Frauen mehr als ein Viertel aller Todesfälle durch Unfälle oder Selbsttötung verursacht sind (vgl. [SB2], Abschnitt 6.1) und damit ganz andere Faktoren Einfluß auf die Sterblichkeit nehmen. Die Richtigkeit einer wie auch immer bestimmten Trendfunktion für die Zukunft läßt sich nicht beweisen. Im übrigen sind keine verlässlichen Aussagen darüber möglich, ob sich der Trend der Bevölkerungssterblichkeit unverändert auf die Versichertensterblichkeit übertragen läßt.

Jedoch sprechen die diskutierten Daten der Bevölkerungsstatistik dafür, daß einerseits eine Prognose auf der Grundlage der elf allgemeinen deutschen Sterbetafeln die künftige Sterblichkeitsreduktion deutlich unterschätzt (anderer Meinung sind Bomsdorf und Trimborn [BT], insbesondere S. 461) und andererseits die Kurzfristrends im Niveau und im altersabhängigen Verlauf für eine langfristige Projektion zu spekulativ sind. Daher bietet sich folgendes Vorgehen an: Als Basis wird die aus den elf allgemeinen deutschen Sterbetafeln ermittelte Trendfunktion $F(x)$ verwendet. Der jüngeren Vergangenheit wird durch einen multiplikativen Zuschlag r_x Rechnung getragen, der zugleich den erforderlichen Sicherheitszuschlag für das Änderungsrisiko enthält und wie folgt für Männer bzw. für Frauen definiert ist:

$$r_x = \begin{cases} 1,1 & \text{für } 0 \leq x \leq 25 \\ 1,1 + 0,02(x - 25) & \text{für } 26 \leq x \leq 50 \\ 1,6 + 0,03(x - 50) & \text{für } 51 \leq x \leq 70 \\ 2,2 & \text{für } 71 \leq x \leq 100 \end{cases}$$

$$r_y = \begin{cases} 1,1 & \text{für } 0 \leq y \leq 25 \\ 1,1 + 0,0125(y - 25) & \text{für } 26 \leq y \leq 65 \\ 1,6 + 0,03(y - 65) & \text{für } 66 \leq y \leq 85 \\ 2,2 & \text{für } 86 \leq y \leq 100 \end{cases}$$

Die r_x sind so festgelegt, daß die sich ergebende Trendfunktion $r_x F(x)$ etwa in der Mitte zwischen dem Jahrhunderttrend $F(x)$ und den 20- und 10-Jahres-Trends liegt. Dabei folgt

die Trendfunktion nicht den starken Schwankungen der kurzfristigen Trends, sondern orientiert sich an einem stark geglätteten Verlauf (Graphik 3). Für jüngere Alter wird der Wert von 1,1 für r_x nicht unterschritten, um für alle Alter einen Sicherheitszuschlag von 10%, d.h. absolut von einem Elftel von $r_x F(x)$ einzurechnen. Entsprechendes gilt für Frauen.

Ferner geht dieser Ansatz davon aus, daß die Sterblichkeitsverbesserung bei Frauen auch in Zukunft in allen Altern mindestens so groß wie die bei Männern sein wird. Der charakteristische Verlauf der säkularen Trends wird – wenn auch auf höherem Niveau – beibehalten (Graphik 4).

Ein lokal monoton steigender Verlauf der Trendfunktion führt dazu, daß ab irgendeinem Zeitpunkt in der Zukunft die Sterbewahrscheinlichkeiten mit wachsendem Alter sinken (vgl. auch Lühr [L], S. 490). Um diesen im allgemeinen unplausiblen Effekt zu vermeiden, werden abschließend dort, wo teils aufgrund der Beobachtungsdaten, teils aufgrund der steigenden Zuschläge lokal kein monoton fallender Verlauf vorliegt, die Werte vor dem lokalen Maximum auf dieses angehoben. Für $x > 100$ ist der Trend der 100-Jährigen bis zum Schlußalter $w = 110$ angesetzt. Die resultierende Trendfunktion wird mit $\bar{F}(x)$ bezeichnet. In Tabelle 2 sind $F(x)$, r_x , $r_x F(x)$ und $\bar{F}(x)$ aufgelistet.

Im internationalen Vergleich mit einigen Ländern, in denen bei der Kalkulation und Reservierung von Rentenversicherungen ebenfalls Sterblichkeitsprojektionen verwendet werden, ergibt sich folgendes Bild (Tabelle 1). Die Trendfunktion der DAV-Sterbetafel 1994 R liegt bei Männern ab dem 60. Lebensjahr durchschnittlich knapp unter den projizierten Sterblichkeitsverbesserungen der britischen Tafel IM 80 [CMI] (Tabelle 1, Spalte 7) und der amerikanischen „1983 Table a“ [SA] (Spalte 9) und deutlich unter der australischen Projektion [G] (Spalte 10). Bei Frauen liegt die hier angenommene künftige Sterblichkeitsabnahme deutlich über der britischen, die allerdings für Frauen die Werte für Männer verwendet, knapp über der amerikanischen und knapp unter der australischen.

Bei der Sterblichkeitprojektion der britischen Tafeln IM 80 und IF 80 ist zu beachten, daß sie nicht von einer in der Zukunft konstanten, sondern von einer abnehmenden, gegen eine Grenzsterblichkeit konvergierenden Sterblichkeitsreduktion ausgeht. Dieser Modellansatz wirft die Frage auf, wie die Grenzsterblichkeit festzulegen ist. In dem Bericht [CMI] ist die Grenzsterblichkeit z. B. für 60-Jährige mit 50% der britischen Tafel für 1980 und für 80-Jährige mit 70% angesetzt. Von der insgesamt möglichen Sterblichkeitsverbesserung sollen bereits 60% im Zeitraum von 1980 bis 2000 erreicht werden. Die in Tabelle 1 ausgewiesenen Werte stellen die durchschnittliche jährliche Sterblichkeitsabnahme in dem Zeitraum von 1980 bis 2000 dar. Die Projektionen in [SA] und [G] sind ebenfalls nur für einen Projektionszeitraum von 20 bis 30 Jahren gedacht; Aussagen über die fernere Zukunft werden nicht gemacht.

4. Basistafel

4.1. Bezugsjahr für die Basistafel

Die letzte allgemeine deutsche Bevölkerungssterbetafel ist die Periodensterbetafel 1986/88. Ihr Sterblichkeitsniveau hinkt heute schon wieder sieben Jahre zurück. Unterstellt man für den Zeitraum von 1987 bis 1994 analog zu Lühr die Gültigkeit des langfristigen Sterblichkeitstrends aus Abschnitt 3, so hätte die hergeleitete Sterbetafel möglicherweise, ja sogar wahrscheinlich bereits heute in einigen Altersbereichen für (West-)Deutschland ein zu hohes Sterblichkeitsniveau.

Daher ist es erforderlich, auf andere Weise eine Periodensterbetafel für die Gegenwart oder sogar für einen Zeitpunkt in der kurzfristigen Zukunft, in der die DAV-Sterbetafel

1994 R für den Neuzugang an Rentenversicherungen vermutlich Gültigkeit haben wird, zu ermitteln.

Als Bezugsjahr für eine solche Basistafel wählen wir das Jahr 2000. Auf die Periodensterbetafel für das Jahr 2000 wird dann die langfristige Trendfunktion angewendet, und zwar aus Gründen der Systematik auch für die Jahre vor 2000.

Ein vergleichbarer Ansatz ist bei der 1981 veröffentlichten „1983 Table a“ für Rentenversicherungen [SA] in den USA verwendet worden, bei der die sich auf 1973 beziehenden Beobachtungen für eine Basistafel auf das Jahr 1983 projiziert werden, und zwar mit einer größeren jährlichen Sterblichkeitsverbesserung (Tabelle 1, Spalte 8), als in der Projektion für die fernere Zukunft (Spalte 9) unterstellt.

4.2. Bevölkerungssterbetafel für das Jahr 2000

Die erforderliche Projektion der Sterblichkeit in das Jahr 2000 soll auf der Basis der Sterblichkeitsentwicklung der jüngeren Vergangenheit vorgenommen werden. Dazu ziehen wir wieder Ansatz (1) heran.

Da das Material der Münchener Rück nicht den für die Extrapolation eines Trends aus mehreren Sterbetafeln nötigen Umfang hat, ist von Bevölkerungssterbetafeln auszugehen. Die aktuelle Entwicklung der Bevölkerungssterblichkeit spiegelt sich wider in dem bereits in Abschnitt 3 betrachteten Trend aus den zehn jüngsten abgekürzten Sterbetafeln des Statistischen Bundesamtes, d. h. den abgekürzten Sterbetafeln 1981/83 bis 1990/92 für das frühere Bundesgebiet (für 1986/88 statt dessen der Allgemeinen Deutschen Sterbetafel). Der Extrapolation werden die unveränderten Regressionsgeraden zugrundegelegt. Eine Verschiebung analog Lühr oder Bomsdorf und Trimborn, so daß die Regressionsgeraden durch die neueste Sterbetafel verlaufen, erscheint nicht angemessen, da es sich dabei um eine nicht ausgeglichene abgekürzte Sterbetafel mit Zufallsschwankungen handelt. Dar- aus erhält man mittels (1) eine Bevölkerungssterbetafel q_x^B für das Jahr 2000, die ausgeglichen und bis zum Schlußalter $w = 110$ extrapoliert wird.

Die Ausgleichung erfolgt nach dem Verfahren von Whittaker und Henderson (vgl. etwa [Lo], S. 508) mit gleichen Gewichten für alle Sterbewahrscheinlichkeiten beim Anpassungsmaß und Gewicht $g = 0,012$ für das Glättemaß aus zweiten Differenzen. Die Sterbewahrscheinlichkeit für 0-Jährige wird nicht ausgeglichen. Da die abgekürzten Sterbetafeln nur Werte bis zum Alter von 89 Jahren enthalten, sind noch die Sterbewahrscheinlichkeiten für die Alter von 90 bis 110 Jahren zu extrapolieren. Die Extrapolation nehmen wir nach einem modifizierten Gompertz-Ansatz wie in [SB1], Abschnitt 3.2 mit einem quadratischen Polynom für $\ln(-\ln(1 - q_x^B))$ auf der Basis der rohen q_x^B vor. Das Polynom hat die Gestalt

$$\ln(-\ln(1 - q_x^B)) = -0,001395544737 x^2 + 0,3377392308 x - 20,55823226$$

bei Männern mit den Altern von 77 bis 89 Jahren als Stützstellen und

$$\ln(-\ln(1 - q_y^B)) = -0,001702163090 y^2 + 0,4144926170 y - 25,25471066$$

bei Frauen mit den Altern von 85 bis 89 Jahren als Stützstellen.

Bei der Projektion der Bevölkerungssterblichkeit in das Jahr 2000 haben wir wie schon bei der Festlegung der langfristigen Sterblichkeitsprojektion das Niveau und die Entwicklung der Sterblichkeit in der DDR bzw. in den neuen Bundesländern außer acht gelassen. Die Sterbewahrscheinlichkeiten nach der Allgemeinen Sterbetafel 1986/87 für die DDR liegen für Männer und Frauen im Altersbereich ab 60 Jahren um etwa 20 bis

40% über denen der Allgemeinen Sterbetafel 1986/88 für die Bundesrepublik Deutschland. Dem entspricht eine um 1,6 bzw. 2,5 Jahre geringere Lebenserwartung von 60-jährigen Männern bzw. Frauen in der DDR (vgl. [SB2], Abschnitt 4.4), nachdem 1970 die Lebenserwartungen noch etwa gleich groß waren (vgl. [SB1], S. 30). Da in der Literatur teilweise die Erwartung ausgesprochen wird, daß das ostdeutsche Sterblichkeitsniveau nach der Angleichung der Lebensverhältnisse auf das westdeutsche Niveau sinken wird (vgl. etwa Bomsdorf und Trimborn [BT], S. 460), ist es aus Vorsichtsgründen geboten, nur die westdeutsche Sterblichkeitserfahrung heranzuziehen.

4.3. Berücksichtigung der Versichertensterblichkeit

Die Frage nach dem Verhältnis zwischen Versichertensterblichkeit und Bevölkerungssterblichkeit untersuchen wir zunächst für fällige Altersrenten.

Daß die Sterblichkeit versicherter Rentner wesentlich geringer als die der Gesamtbevölkerung ist, hat zwei Gründe.

Erstens haben die Versicherten der Lebensversicherungsunternehmen generell eine geringere Sterblichkeit als die allgemeine Bevölkerung. Hierfür dürfte die soziale und wirtschaftliche Stellung ausschlaggebend sein. In der Sterbetafel wird man dies durch einen ggf. geschlechts- und altersabhängigen Abschlag berücksichtigen.

Bei sofort beginnenden Rentenversicherungen kommt zweitens der Effekt der Selbstauslese bei Abschluß hinzu: Nur Personen, die glauben lange zu leben, schließen eine solche Versicherung ab.

Dieser Selektionseffekt liegt aber auch bei fälligen Altersrenten zu aufgeschobenen Rentenversicherungen vor, da diese häufig, seit der Tarifreform 1989 sogar in der Regel mit einem Kapitalwahlrecht bei Ablauf der Aufschubzeit ausgestattet sind, so daß der Versicherte zu diesem Zeitpunkt die gleiche Selbstprüfung vornehmen kann. Darüber hinaus zeigen die Erfahrungen verschiedener größerer Versicherungsunternehmen, daß heute der größere Teil der Versicherten von seinem Kapitalwahlrecht Gebrauch macht, und dies mit steigender Tendenz.

Bei der Auswertung von Sterblichkeitsbeobachtungen ist also zu beachten, daß für die Zukunft von einem steigenden Einfluß des Selektionseffekts auszugehen ist.

Den Selektionseffekt bildet man in den Sterbetafeln am besten ab, indem man nach erreichtem Alter und zurückgelegter Rentenbezugszeit doppelt abgestufte Sterbetafeln erstellt. Dieses Vorgehen ist in verschiedenen Ländern üblich. So sehen die britischen Tafeln IM 80 und IF 80 für sofort beginnende Rentenversicherungen [CMI] eine einjährige Selektionsdauer vor. Das Verhältnis der Sterblichkeit im ersten Bestandsjahr zu der ab dem zweiten Jahr sinkt dabei von 95% bei 65-jährigen Männern auf 72% bei 80-jährigen. Gratton [G] schlägt für Australien für die Sterblichkeit im ersten Jahr einen pauschalen Abschlag von 20% vor.

Gegen die Verwendung doppelt abgestufter Sterbetafeln in Deutschland bestehen nicht nur praktische Bedenken hinsichtlich der Umsetzung in den Verwaltungssystemen. Vielmehr liegt auch das unten beschriebene Beobachtungsmaterial der Münchener Rück nicht nach Bestandsdauer differenziert vor.

Eine zweidimensionale Sterbetafel zur Berücksichtigung des Selektionseffekts ist auch nicht unbedingt erforderlich, wenn man bedenkt, daß der Rentenbeginn in der Regel im Altersbereich von 60 bis 65 Jahren liegt. Nach der Auswertung eines großen Lebensversicherungsunternehmens liegt der Rentenbeginn für etwa ein Viertel des Bestands dieses Unternehmens an fälligen Altersrenten über dem 65. Lebensjahr, davon je zur Hälfte bis zum 69. und über dem 69. Lebensjahr. Nur etwa ein Zehntel des Bestands hat einen

Rentenbeginn vor dem 60. Lebensjahr, davon weniger als die Hälfte vor dem 55. Lebensjahr. Daher erscheint es möglich, den Selektionseffekt durch einen erhöhten Abschlag von der Sterbetafel im Bereich von etwa 55 bis zu etwa 70 Jahren zu berücksichtigen.

Die Münchener Rück hat die Sterblichkeit bei Rentenversicherungen anhand der Bestände von sechs deutschen Lebensversicherungsgesellschaften für die Beobachtungsjahre 1967 bis 1992 (bis 1977 von vier Gesellschaften) ausgewertet. Das für den vorliegenden Zweck relevante Beobachtungsmaterial bezieht sich auf fällige Leibrenten (ohne solche nach Gruppenversicherungstarifen). Diese nach Geschlecht, Alter und Beobachtungsjahr gegliederten Daten umfassen fällige Altersrenten von sofort beginnenden wie von aufgeschobenen Rentenversicherungen und für einen Teil der Gesellschaften auch fällige Hinterbliebenenrenten. Da es sich bei letzteren überwiegend um Frauen handeln dürfte, sind die Auswertungen für Männer und Frauen unterschiedlich zu interpretieren. Das Material hat insgesamt einen Umfang von ca. 367 000 Bestandsjahren bei Männern und 442 000 Bestandsjahren bei Frauen.

Für die Daten der Jahre 1967 bis 1992 wird die relative Sterblichkeit der versicherten Rentner im Verhältnis zur Bevölkerung durch Vergleich mit den abgekürzten Sterbetafeln des Statistischen Bundesamtes ermittelt. Die z. B. im Jahr 1967 beobachtete Sterblichkeit vergleicht man mit der nach der abgekürzten Sterbetafel 1966/68 erwarteten; die einzelnen Beobachtungsjahre sind dabei mit den erwarteten Toten und damit indirekt mit den Bestandszahlen gewichtet. Wir berechnen also

$$q_x^{\text{rel}} = \frac{\sum_{t=1967}^{1992} t_{x,t}}{\sum_{t=1967}^{1992} q_x^{t-1/t+1} \cdot L_{x,t}} \quad (2)$$

mit

- q_x^{rel} relative Versichertensterblichkeit eines x-Jährigen,
- $L_{x,t}$ im Jahr t Lebende des Alters x im Beobachtungsmaterial der Münchener Rück,
- $t_{x,t}$ im Jahr t und Alter x Gestorbene im Beobachtungsmaterial der Münchener Rück,
- $q_x^{t-1/t+1}$ Sterbewahrscheinlichkeit eines x-Jährigen nach der abgekürzten Sterbetafel der Jahre $t - 1/t + 1$ des Statistischen Bundesamtes.

Für $t = 1971$ und $t = 1987$ werden statt der abgekürzten die allgemeinen Sterbetafeln herangezogen. Da die letzte veröffentlichte abgekürzte Sterbetafel die für 1990/92 ist, wenden wir diese auch für $t = 1992$ an. Dies führt zu einer geringfügigen Unterschätzung der relativen Sterblichkeit, die aber in Kauf genommen wird, da auf dieses Jahr immerhin 10% des gesamten Materials bei Männern bzw. 8% bei Frauen entfallen.

Um zu erkennen, ob die Verhältnisse in jüngster Zeit andere sind, führen wir zum Vergleich die entsprechende Auswertung nur für die letzten fünf Jahre, also für 1988 bis 1992 durch. Auf diese Jahre entfallen 40% des Gesamtmaterials bei Männern und 37% bei Frauen.

Die Ergebnisse können Tabelle 3 und Graphik 5 entnommen werden. Im Durchschnitt über alle Alter von 60 bis 89 Jahren liegt – bei Gewichtung nach dem Bestand – die relative Sterblichkeit im Zeitraum von 1967 bis 1992 bei 76% für Männer und 79% für Frauen. Für den Zeitraum von 1988 bis 1992 liegen die entsprechenden Werte bei 67% bzw. 76%. Hierbei sind allerdings die Alter von 66 bis 69 Jahren stark überrepräsentiert. Generell zeigt die beobachtete relative Sterblichkeit einen stark schwankenden Verlauf, wobei die schwache Besetzung der Alter unter 65 Jahren zu beachten ist.

Für das Verhältnis der Versichertensterblichkeit zur Bevölkerungssterblichkeit wird bei der Basistafel folgender Faktor f_x , einheitlich für Männer und Frauen, verwendet:

$$f_x = \begin{cases} 0,6 & 60 \leq x \leq 65 \\ 0,6 + 0,015(x - 65) & \text{für } 66 \leq x \leq 74 \\ 0,75 & 75 \leq x \leq 110 \end{cases}$$

Aus den genannten Gründen orientiert sich dieser Faktor für den Altersbereich von 65 bis etwa zu 80 Jahren an der relativen Sterblichkeit von Männern, während für die über 80-Jährigen die niedrigere relative Sterblichkeit von Frauen einbezogen wird (Graphik 5).

Aus praktischen Gründen ist es wünschenswert, in der Aufschubzeit und in der Rentenbezugszeit von Alters- und von Hinterbliebenenrenten dieselbe Sterbetafel zu verwenden. Das Beobachtungsmaterial der Münchener Rück für Rentenversicherungen in der Aufschubzeit ist dadurch beeinträchtigt, daß viele aufgeschobene Rentenversicherungen von Personen abgeschlossen wurden, die aufgrund ihrer Gesundheitsverhältnisse keine Kapitalversicherung abschließen konnten. Da dieser Effekt durch die wachsende Popularität von Rentenversicherungen – nicht zuletzt infolge der Veränderungen in der Sozialstruktur – von abnehmender Bedeutung sein wird, erscheint ein Abschlag von 10% für die Alter bis 20 Jahre und von 20% für die Alter von 30 bis 50 Jahren angemessen. Dabei fließen auch Erfahrungen mit der Versichertensterblichkeit bei Kapitalversicherungen nach Ablauf der Selektionsphase ein. Für die dazwischen liegenden Alter wird der Abschlag linear interpoliert. Dies ist wegen der Rentenbeginne kurz vor dem 60. Lebensjahr sinnvoll und sichert außerdem einen stetigen Übergang.

Damit ergibt sich für den Faktor f_x für Anwartschaften und fällige Renten insgesamt:

$$f_x = \begin{cases} 0,9 & 0 \leq x \leq 20 \\ 0,9 - 0,01(x - 20) & 21 \leq x \leq 29 \\ 0,8 & 30 \leq x \leq 50 \\ 0,8 - 0,02(x - 50) & \text{für } 51 \leq x \leq 59 \\ 0,6 & 60 \leq x \leq 65 \\ 0,6 + 0,015(x - 65) & 66 \leq x \leq 74 \\ 0,75 & 75 \leq x \leq 110 \end{cases}$$

4.4. Sicherheitsabschlag für das statistische Schwankungsrisiko

Um dem Risiko statistischer Schwankungen Rechnung zu tragen, ist die Basistafel noch mit einem Sicherheitsabschlag zu versehen. Dabei folgen wir grundsätzlich dem Ansatz von Loebus bei der Herleitung der DAV-Sterbetafel 1994 T für Kapitalversicherungen. Der statistische Schwankungsabschlag s_x^a wird auf die in den vorigen Abschnitten aufgestellte Sterbetafel $f_x q_x^B$, die wir im folgenden auch kurz mit q_x bezeichnen, angewendet:

$$\bar{q}_x^B = f_x q_x^B - s_x^a. \quad (3)$$

Den folgenden Überlegungen legen wir einen Modellbestand zugrunde. Der Schwankungsabschlag wird so festgesetzt, daß die mit den Sterbewahrscheinlichkeiten $q_x - s_x^a$ für den Modellbestand berechnete erwartete Anzahl der Toten des gesamten Bestands eine untere Konfidenzschranke zum Niveau $1 - \alpha$ für die Zufallsgröße der Gestorbenen im

Gesamtbestand mit den Sterbewahrscheinlichkeiten q_x ist. Es soll also gelten

$$\text{mit} \quad P(T \geq \sum_x (q_x - s_x^a) L_x) \geq 1 - \alpha \quad (4)$$

L_x Lebende des Alters x im Modellbestand,
 T_x Zufallsgröße der im Alter x Gestorbenen im Modellbestand,
 $T = \sum_x T_x$ Zufallsgröße aller Gestorbenen im Modellbestand.

Die Sicherheitswahrscheinlichkeit für den gesamten Bestand soll $1 - \alpha$ mit $\alpha = 0,01$ betragen. Loebus bestimmt die s_x^a so, daß für jedes einzelne Alter x das gleiche Sicherheitsniveau $1 - \alpha^*$ erfüllt ist, d. h., daß

$$P(T_x \geq (q_x - s_x^a) L_x) \geq 1 - \alpha^*$$

für alle x gilt, wobei natürlich α^* wesentlich größer als α ist.

Als Modellbestand mit einer für ein „mittelgroßes“ Lebensversicherungsunternehmen realitätsnahen Bestandsgröße bei Rentenversicherungen wird ein Bestand von 75 000 Personen je Geschlecht gewählt mit der Altersstruktur der Bevölkerung der Bundesrepublik Deutschland in den Jahren 1986/88 (vgl. [SB2], S. 42–45; die nicht veröffentlichten Zahlen \bar{V} für $95 \leq x \leq 100$ wurden vom Statistischen Bundesamt mitgeteilt). Für den Altersbereich ab 60 Jahren bedeutet dies eine Bestandsgröße von etwa 12 000 Männern und 19 000 Frauen.

Die Wahl eines so kleinen Modellbestands (bei der DAV-Sterbetafel 1994 T liegen je Geschlecht 300 000 Personen zugrunde) hat zur Folge, daß die Voraussetzung $L_x q_x \geq 5$ für den Ansatz von Loebus in jungen und mittleren Altern wegen der sehr kleinen Sterbewahrscheinlichkeiten und in sehr hohen Altern wegen der kleinen Bestandsgrößen verletzt ist. Daher werden anstelle von einzelnen Altern x (ggf. einelementige) Altersgruppen $X = [x_1, x_2]$ betrachtet, für die wir folgende Bezeichnungen einführen:

$$\begin{aligned} L_X &= \sum_{x \in X} L_x && \text{Lebende der Altersgruppe } X \text{ im Modellbestand,} \\ T_X &= \sum_{x \in X} T_x && \text{Zufallsgröße der in der Altersgruppe } X \text{ Gestorbenen im Modellbestand,} \\ q_X &= \frac{\sum_{x \in X} q_x L_x}{L_X} && \text{durchschnittliche Sterbewahrscheinlichkeit der Altersgruppe } X. \end{aligned}$$

Die Altersgruppen X bestimmen wir so, daß sie minimal sind unter der Nebenbedingung

$$L_X q_X \geq 5. \quad (5)$$

Dazu werden die Alter, bei jungen Altern aufsteigend mit Alter 1 beginnend und bei hohen Altern absteigend mit Alter 100 beginnend, derart zusammengefaßt, daß (5) gerade erfüllt ist. Für Männer ergeben sich die Altersgruppen [1, 21], [22, 27], [28, 32], [33, 37], [38, 41], [42, 44], [45, 46], ..., [55, 56], [57], ..., [88], [89, 90], [91, 92], [93, 100] und für Frauen [1, 30], [31, 40], [41, 45], [46, 48], [49, 51], [52, 54], [55, 57], [58, 59], ..., [64, 65], [66], ..., [93], [94, 95], [96, 100]. Das Alter 0 wird als eigene Gruppe betrachtet. Will man für jedes einzelne Alter das gleiche Sicherheitsniveau erhalten, so muß für ein Altersintervall X eine um so größere Sicherheitswahrscheinlichkeit $1 - \alpha^* = 1 - \alpha^*(X)$ gefordert werden, je größer die Intervalllänge ist. Für einelementige Altersgruppen ergibt sich α^* aus

$$u_{1-\alpha^*} = u_{1-\alpha} \frac{\sqrt{\text{Var}(T)}}{\sum_x \sqrt{\text{Var}(T_x)}},$$

wobei $u_{1-\alpha}$ das Quantil der Standardnormalverteilung zum Konfidenzniveau $1 - \alpha$ ist. Der Quotient der Standardabweichung von T zur Summe der Standardabweichungen von T_x über alle Alter x hängt in sehr guter Näherung nur von der Zahl der Summanden ab, aber nicht von der Bestandsgröße, und beschreibt das Absinken der Sicherheit beim Übergang vom Gesamtaltersbereich auf einzelne Alter. In diesem Fall ist $1 - \alpha^* = 0,61$ bei Männern bzw. $0,62$ bei Frauen. Entsprechend wird α^* für k -elementige Altersgruppen durch

$$u_{1-\alpha^*} = u_{1-\alpha} \frac{\sqrt{\text{Var}(T)}}{\sum_x \sqrt{\text{Var}(T_x)}}$$

bestimmt, wobei über alle X aus einer Partition von $[1, 100]$ in k -elementige Intervalle summiert wird. Das Ergebnis ist von der Auswahl der Zerlegung und der Zuordnung der Alter an den Rändern von $[1, 100]$ weitgehend unabhängig. Für $k = 2$ ist beispielsweise $1 - \alpha^* = 0,65$ bei Männern bzw. $0,66$ bei Frauen und für $k = 10$ ist $1 - \alpha^* = 0,80$ bzw. $0,82$.

Analog Loebus wird nun

$$s_x^\alpha = u_{1-\alpha^*(X)} f_x$$

mit

$$f_x = \sqrt{\frac{q_x(1 - q_x)}{L_x}}$$

gesetzt. Die Faktoren f_x sind umgekehrt proportional zur Wurzel der Bestandsgröße der Altersgruppe X und geben die mit wachsender Bestandsgröße wachsende Sicherheit vor statistischen Schwankungen wieder. Wir setzen nun voraus, daß T_x binomialverteilt ist mit Parametern L_x und q_x . Wegen (5) ist dann eine Approximation durch eine Normalverteilung möglich. Damit folgt

$$P(T_x \geq (q_x - s_x^\alpha) L_x) \geq 1 - \alpha^*(X).$$

Der Sicherheitsabschlag s_x^α für einzelne Alter x in der Altersgruppe X soll nun proportional zum Sicherheitsabschlag s_X^α sein, d. h.

$$s_x^\alpha = \frac{s_X^\alpha}{q_x} q_x.$$

Weiter setzen wir voraus, daß die T_x stochastisch unabhängig in X sind und daß T normalverteilt ist. Loebus beweist, daß (4) unter diesen Voraussetzungen gilt, wenn alle Altersgruppen X einelementig sind. Auf die vorliegende Situation ist der allgemeine Beweis nicht übertragbar, da der Gesamtaltersbereich in Altersgruppen unterschiedlicher Größe aufgeteilt ist. Für unsere konkreten Sterbetafeln für Männer und Frauen rechnet man unter den genannten Voraussetzungen nach, daß mit den oben festgelegten Altersgruppen X und den definierten Sicherheitsabschlägen s_x^α Formel (4) erfüllt ist und somit eine 99%-ige Sicherheit gegeben ist. Für den Altersbereich ab 60 Jahren beträgt das Sicherheitsniveau 95% bei Männern und 96% bei Frauen.

Ist der Rentenversicherungsbestand eines Lebensversicherungsunternehmens kleiner als der Modellbestand, so sinkt das statistische Sicherheitsniveau unter 99%. Der Verantwortliche Aktuar hat bei kleineren Beständen durch die Bereitstellung von Eigenmitteln oder geeignete Rückversicherung sicherzustellen, daß die vorliegende Sterbetafel angewendet werden kann.

Für $x > 100$ sei

$$s_x^\alpha = \frac{s_{100}^\alpha}{q_{100}} q_x.$$

Damit ist der Schwankungsabschlag und nach (3) auch die Basistafel \bar{q}_x^B für alle Alter definiert. Wegen der unterschiedlichen Größe der Altersintervalle ist s_x^α nicht stetig in x . Daher wird abschließend die Basistafel noch einmal mit dem Verfahren von Whittaker und Henderson (mit Gewicht $g = 0,01$ für das Glättemaß) ausgeglichen.

Ein zusätzlicher Sicherheitsabschlag für das Irrtumsrisiko bei der Bestimmung der Bevölkerungsterbetafel für das Jahr 2000 oder der Reduktion zur Berücksichtigung der Versichertensterblichkeit erscheint angesichts der vorsichtigen Herleitung entbehrlich.

In Tabelle 4 sind q_x^B (roh und ausgeglichen), f_x , $f_x q_x^B$, s_x^α , \bar{q}_x^B (roh und ausgeglichen) und das Verhältnis von \bar{q}_x^B (ausgeglichen) zu $f_x q_x^B$ angegeben. Das Sterblichkeitsniveau der Basistafel kann auch den Graphiken 6 und 7 entnommen werden. In Graphik 6 sind die rohen q_x^B , die $f_x q_x^B$ und die ausgeglichenen \bar{q}_x^B im halblogarithmischen Maßstab aufgetragen. Graphik 7 stellt die $f_x q_x^B$ und die ausgeglichenen \bar{q}_x^B im Verhältnis zu den ausgeglichenen q_x^B dar.

5. Generationensterbetafeln

Mit der Trendfunktion $\bar{F}(x)$ und der Basistafel \bar{q}_x^B ergibt sich die DAV-Sterbetafel 1994 R nach (1) als zweidimensionale Sterbetafel

$$q(x, t) = e^{-\bar{F}(x)(t-2000)} \bar{q}_x^B$$

oder äquivalent als System von Generationensterbetafeln

$$q_x^\tau = e^{-\bar{F}(x)(\tau+x-2000)} \bar{q}_x^B$$

für den Geburtsjahrgang τ .

Wie sieht nun die Lebenserwartung nach dieser Sterbetafel im Vergleich zur Sterbetafel 1987 R aus? Betrachtet man den Geburtsjahrgang 1955, so beträgt die Lebenserwartung für 40-jährige Männer 44,4 Jahre und für 60-jährige 26,3 Jahre gegenüber 37,1 bzw. 19,7 Jahren nach der Sterbetafel 1987 R mit Altersverschiebung. Für Frauen lauten die entsprechenden Werte 50,1 und 31,1 Jahre neu gegenüber 44,3 und 25,8 Jahren alt. Die Lebenserwartung ist also nach der neuen Sterbetafel ca. 7 Jahre bei Männern und ca. 5 Jahre bei Frauen höher.

In Tabelle 7 sind beispielhaft einige Nettoprämien für sofort beginnende und aufgeschobene Rentenversicherungen (ohne jede Todesfalleistung) auf der Basis der DAV-Sterbetafel 1994 R aufgeführt im Vergleich zu denen auf der Basis der Sterbetafel 1987 R. Zugrunde liegt ein Rechnungszinssatz von 4%. Bei den alten Sterblichkeitsgrundlagen sind zusätzlich die mit einem Zinssatz von 3,5% berechneten Werte angegeben. Es wird deutlich, daß die Verbesserung der Sterblichkeit bei Männern bei weitem nicht durch die Erhöhung des Rechnungszinssatzes um 0,5%-Punkte ausgeglichen wird.

Tabelle 8 enthält einen Vergleich von Nettoprämien nach den neuen deutschen Grundlagen mit denen nach Grundlagen aus verschiedenen Ländern. Dabei dient der Nettoprämienvergleich nicht als Preisvergleich, sondern als verdichteter Vergleich der unterschiedlichen Sterblichkeitsgrundlagen insbesondere im Hinblick auf die Reservierung. Als Ergebnis läßt sich zusammenfassen, daß für sofort beginnende Rentenversicherungen die Rentenbarwerte der DAV-Sterbetafel 1994 R auf gleichem Niveau liegen wie die ausländischen (Schweiz, USA) oder auf einem leicht höheren (Großbritannien, Japan). Bei aufge-

schoben Rentenversicherungen liegen die Nettoeinmal- und Nettojahresprämien teilweise deutlich (Großbritannien, Japan) über den ausländischen Vergleichswerten. Als Gründe hierfür kommen Unterschiede in der Projektionsmethodik und unterschiedliche Zeiträume der verwendeten Sterblichkeitserfahrungen in Betracht.

Die Schweizer Tafeln ERM 1990 und ERF 1990 stellen eine auf den Erfahrungen der schweizerischen Lebensversicherungsunternehmen bei Einzelrentenversicherungen in den Jahren 1981 bis 1985 beruhende, auf das Jahr 2003 extrapolierte Periodensterbetafel dar. Die Extrapolation wurde mit der sogenannten Halbwertszeitmethode von Nolfi durchgeführt, die ebenfalls den logarithmisch-linearen Ansatz für die Sterblichkeitsverbesserung verwendet.

Die britischen Tafeln IM 80 und IF 80 [CMI] basieren auf Erfahrungen britischer Lebensversicherungsunternehmen in den Jahren 1979 bis 1982. Die Sterblichkeit wurde mit dem Projektionsansatz der IM/IF 80 (vgl. Abschnitt 3) auf das Kalenderjahr 2020 projiziert. Diese Periodensterbetafel wird derzeit in Großbritannien im allgemeinen für die Reservierung empfohlen.

Die amerikanische „1983 Table a“ [SA], die auch auf Erfahrungen von Lebensversicherungsunternehmen zurückgeht, bezieht sich auf das Jahr 1983 (vgl. Abschnitt 4.1) und ist hier auf das Kalenderjahr 1995 projiziert (vgl. Abschnitt 3). Dieser Ansatz wird (teilweise mit weiter in die Zukunft reichender Projektion) in den USA für die Bewertung verwendet.

In Japan werden für die Rentenbezugszeit und die Anwartschaftszeit zwei unterschiedliche Periodensterbetafeln aus den achtziger Jahren verwendet. Der Sterbetafel für die Rentenbezugszeit liegt dabei ein Projektionsansatz zugrunde, der auf den Geburtsjahrgang 1945 abgestellt ist.

Auch die Pflegerentenversicherung hat Erlebensfallcharakter. Die dafür derzeit in Deutschland verwendeten Rechnungsgrundlagen (vgl. [BAV2]) von Grupp, Richter und Wolfsdorf [GRW] legen deshalb für die Sterblichkeit der Nicht-Pflegebedürftigen die Sterbetafel 1987 R mit einer festen Altersverschiebung von drei Jahren zugrunde. Diese Sterbetafel ist wie dargelegt für die Rentenversicherung nicht mehr angemessen. Für die Pflegerentenversicherung liegt dagegen nach wie vor kein statistisches Material aus Deutschland vor. Bei der Übertragung der vorgenommenen Überlegungen zur Sterblichkeit bei Rentenversicherungen auf Pflegerentenversicherungen ist das anders gelagerte Thema der Selektion zu beachten. Für die Beurteilung des Selektionseffekts dürfte auch der Umfang der versicherten Leistungen (Übergang auf eine Altersrente ab einem bestimmten Alter oder reine Pflegerente), die Gestaltung als Hauptversicherung oder als Zusatzversicherung beispielsweise zu einer Kapitalversicherung oder einer sofort beginnenden Rentenversicherung und damit zusammenhängend die Art der Risikoprüfung eine Rolle spielen. Wegen des Mangels an neueren Erkenntnissen erscheint unter Beachtung der konkreten Produktgestaltung die Verwendung sowohl der mit den übrigen Rechnungsgrundlagen und ihren Sicherheitsmargen abgestimmten bisherigen Sterbetafel als auch der DAV-Sterbetafel 1994 R (oder des in Abschnitt 6 dargestellten Näherungsverfahrens, ggf. mit fester Altersverschiebung) als Sterbetafel für Nicht-Pflegebedürftige angemessen.

6. Altersverschiebung als Näherungsverfahren

Als Näherungsverfahren für die zweidimensionale DAV-Sterbetafel 1994 R, das die Berechnung von Prämien und Reserven auf eine eindimensionale Sterbetafel zurückführt, soll hier die Methode der Altersverschiebung angewendet werden. Bei dieser Methode ist zunächst eine Grundtafel auszuwählen. Die Sterblichkeitsprojektion wird in eine geburts-

jahrgangs- und geschlechtsabhängige Altersverschiebung umgesetzt, die auf die Grundtafel angewendet wird. Bei der Herleitung der Altersverschiebung folgen wir weitgehend Lühr.

6.1. Grundtafel

Als Grundtafel wählen wir die Generationensterbetafel q_x^{1955} des Geburtsjahrgangs 1955. Für die Auswahl des Geburtsjahrgangs 1955 spricht, daß 1955 etwa in der Mitte des Bereichs an Geburtsjahrgängen liegt, für die die DAV-Sterbetafel 1994 R voraussichtlich von Bedeutung sein wird. Durch diese Wahl wird der Fehler, der durch das Näherungsverfahren der Altersverschiebung entsteht, kleingehalten. Der Fehler wächst nämlich mit dem Abstand des tatsächlichen Geburtsjahrgangs von dem Jahrgang, der der Grundtafel zugrundeliegt.

Für die Anwendung der Altersverschiebung ist es zweckmäßig, wenn die Sterbewahrscheinlichkeiten der Grundtafel monoton steigend sind. Daher modifizieren wir die Sterbewahrscheinlichkeiten der Generationensterbetafel 1955. Die Sterbewahrscheinlichkeiten für Alter unter 12 Jahren bei Männern bzw. unter 13 Jahren bei Frauen werden gleich denen für dieses Alter gesetzt. In den Altersbereichen von 22 bis 26 und von 34 bis 37 Jahren bei Männern und von 17 bis 27 Jahren bei Frauen wird der Verlauf der Sterbewahrscheinlichkeiten jeweils durch eine Gerade ersetzt. Damit sind die Sterbewahrscheinlichkeiten in diesen Bereichen kleiner als die der Generationensterbetafel 1955. Die resultierende Grundtafel wird mit \bar{q}_x^{1955} bezeichnet und ist zusammen mit der Generationensterbetafel 1955 in Tabelle 5 dargestellt.

6.2. Altersverschiebung

Zunächst ist für jedes Geburtsjahr $\tau = 1900, \dots, 2010$ und jedes Alter x mit $\tau + x \geq 1995$ die exakte Altersverschiebung $h(\tau, x)$ als die reellwertige Funktion definiert, die

$$q_x^\tau = \bar{q}_{x+h(\tau, x)}^{1955}$$

erfüllt. Die dafür benötigten Werte der Grundtafel für gebrochenes x berechnen wir wie bei Lühr [L], S. 501 durch Interpolation mit einem quadratischen Polynom.

Die für den Altersverschiebungsansatz benötigte, vom Alter unabhängige Altersverschiebung $\bar{h}(\tau)$ bestimmen wir als arithmetisches Mittel der exakten Altersverschiebungen im Altersbereich von $j = \max(60, 1995 - \tau)$ bis $k = \max(85, 1995 - \tau + 4)$ Jahren:

$$\bar{h}(\tau) = \frac{1}{k - j + 1} \sum_{x=j}^k h(\tau, x).$$

Da $h(\tau, x)$ als Funktion von x abhängig vom Trend $\bar{F}(x)$ ist, ist es sinnvoll, die Mittelung auf den für das Erlebensfallrisiko wichtigen Altersbereich von 60 bis 85 Jahren zu beschränken und damit dort den Fehler zu minimieren. Um auch für Geburtsjahrgänge vor 1914, die jetzt nur noch bei über 80-Jährigen auftreten können, angemessene Altersverschiebungen zu erhalten, wird mindestens über 5 Werte gemittelt.

Abschließend sind die Altersverschiebungen $\bar{h}(\tau)$ auf ganze Jahre zu runden. Die ungerundeten und die gerundeten Altersverschiebungen sind in Tabelle 6 enthalten. In Tabelle 7 läßt sich ablesen, daß mit den (gerundeten) Altersverschiebungen eine akzeptable Näherung gegeben ist.

LITERATUR

- [BT] *Bomsdorf, E., Trimborn, M.*: Sterbetafel 2000. Modellrechnungen der Sterbetafel, Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft 81 (1992), 457–485.
- [BAV1] Bundesaufsichtsamt für das Versicherungswesen: Einführung neuer Tarife in der Rentenversicherung, VerBAV 1988, 3–4.
- [BAV2] Bundesaufsichtsamt für das Versicherungswesen: Neue Rechnungsgrundlagen in der Pflegerentenversicherung, VerBAV 1992, 158–160.
- [CMI] Continuous Mortality Investigation Bureau: Standard Tables of Mortality Based on the 1979–82 Experiences, Continuous Mortality Investigation Reports 10 (1990), 1–138.
- [G] *Gratton, W. K.*: Immediate Annuitant Mortality, Convention Alice Springs 1993, Institute of Actuaries of Australia, 1993.
- [GRW] *Grupp, J., Richter, H., Wolfsdorf, K.*: Die Ableitung der neuen Pflegefallwahrscheinlichkeiten für die Pflegerentenversicherung, Blätter DGVM XX (1992), 517–534.
- [Lo] *Loebus, H.*: Bestimmung einer angemessenen Sterbetafel für Lebensversicherungen mit Todesfallcharakter, Blätter DGVM XXI (1994), 497–524.
- [L] *Lühr, K.-H.*: Neue Sterbetafeln für die Rentenversicherung, Blätter DGVM XVII (1986), 485–513.
- [RS] *Rehfeld, U., Scheitl, O.*: Sterblichkeit und fernere Lebenserwartung von Rentnern der gesetzlichen Rentenversicherung – aktuelle Ergebnisse für 1986/88 und Bilanz zum bisherigen Untersuchungsstand, Deutsche Rentenversicherung 1991, 289–320.
- [R] *Rueff, F.*: Ableitung von Sterbetafeln für die Rentenversicherung und sonstige Versicherungen mit Erlebensfallcharakter, Würzburg 1955.
- [SA] Society of Actuaries: Report of the Committee to Recommend a New Mortality Basis for Individual Annuity Valuation (Derivation of the 1983 Table a), Transactions of the Society of Actuaries 33 (1981), 675–735.
- [SB1] Statistisches Bundesamt: Allgemeine Sterbetafel für die Bundesrepublik Deutschland 1970/72, Fachserie A, Reihe 2, Sonderbeitrag, 1976.
- [SB2] Statistisches Bundesamt: Allgemeine Sterbetafel für die Bundesrepublik Deutschland (Gebietsstand vor dem 3. 10. 1990) 1986/88, Fachserie 1, Reihe 1, S. 2, 1991.

Zusammenfassung

Herleitung der DAV-Sterbetafel 1994 R für Rentenversicherungen

Die in Deutschland für Rentenversicherungen verwendete Sterbetafel 1987 R hat sich als unzureichend erwiesen, weil die Sterblichkeit stärker gesunken ist als erwartet. In dieser Arbeit wird die von der Deutschen Aktuarvereinigung empfohlene Tafel 1994 R hergeleitet.

Die Projektion der künftigen Sterblichkeit geht von einer altersabhängigen jährlichen Verbesserungsrate aus, die auf der Grundlage der Entwicklung der Bevölkerungsterblichkeit ermittelt wird. Im Unterschied zu früheren Ansätzen ist das absolute Niveau, auf das sich die Verbesserungsrate bezieht, keine Sterbetafel der Vergangenheit, sondern eine in der kurzfristigen Zukunft, die mit Hilfe der aktuellsten Daten konstruiert wird. An dieser Stelle werden auch Erfahrungen über die Versichertensterblichkeit berücksichtigt und ein statistischer Schwankungsabschlag eingerechnet.

Summary

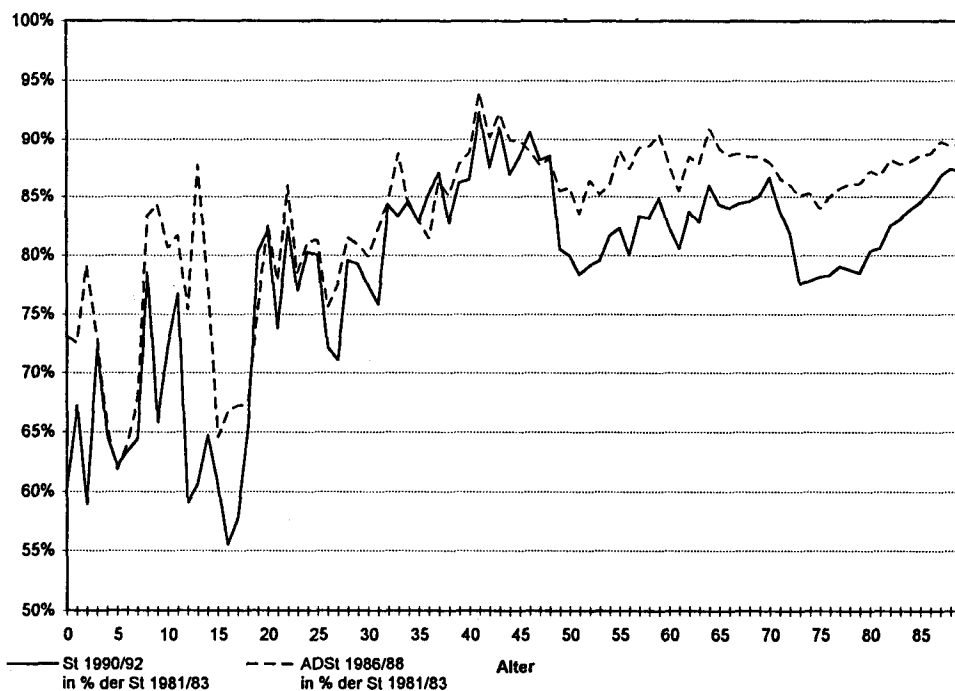
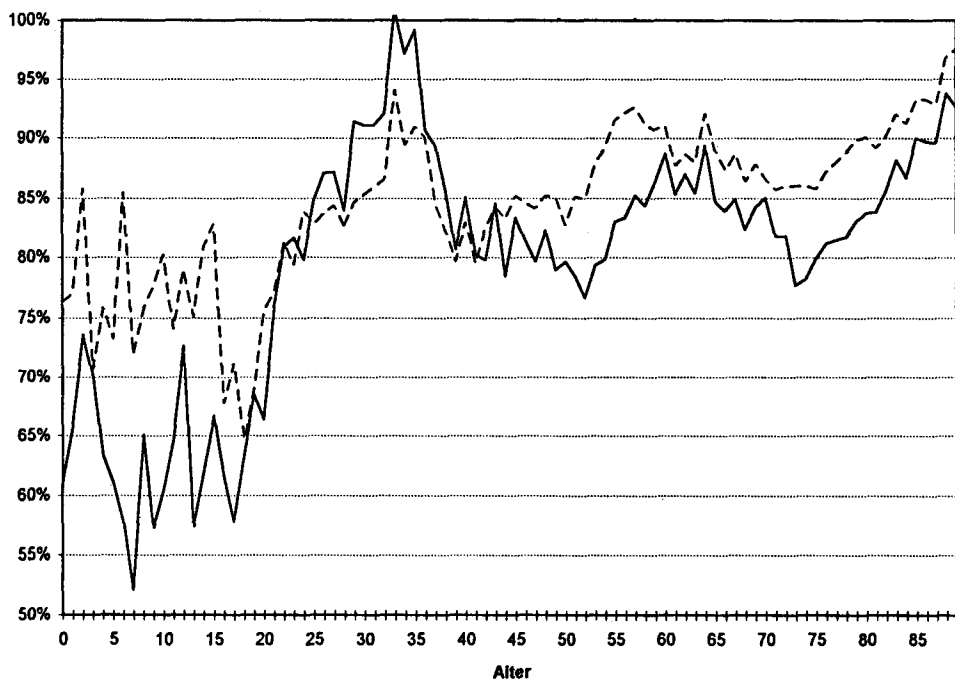
Development of Table DAV 1994 R for Annuities

The life table which has been used for annuitants in Germany, table 1987 R, has proved to be insufficient, owing to greater than expected improvements in mortality. In this paper, table 1994 R, which is recommended by the German Actuarial Association (DAV), is developed.

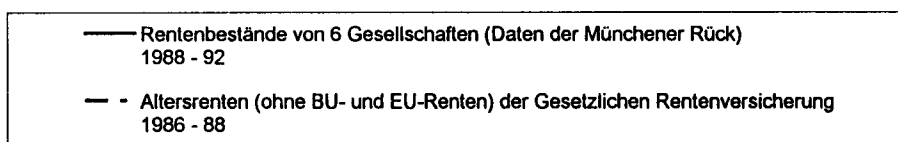
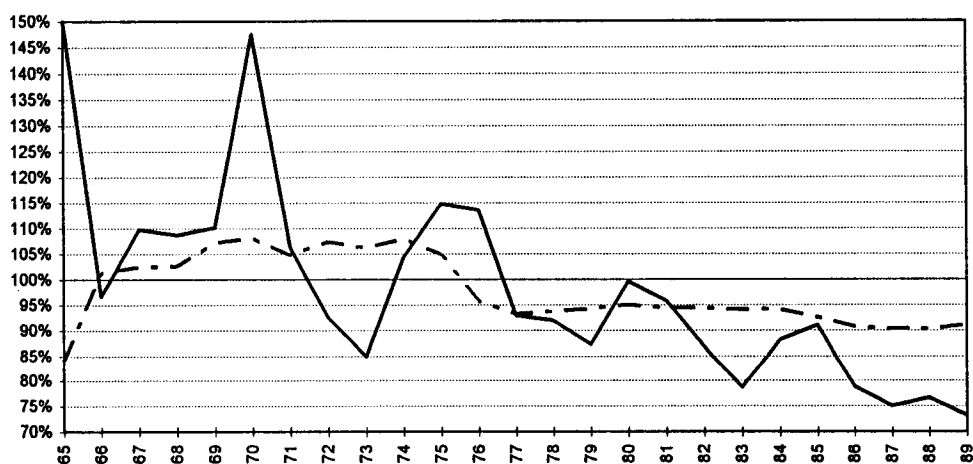
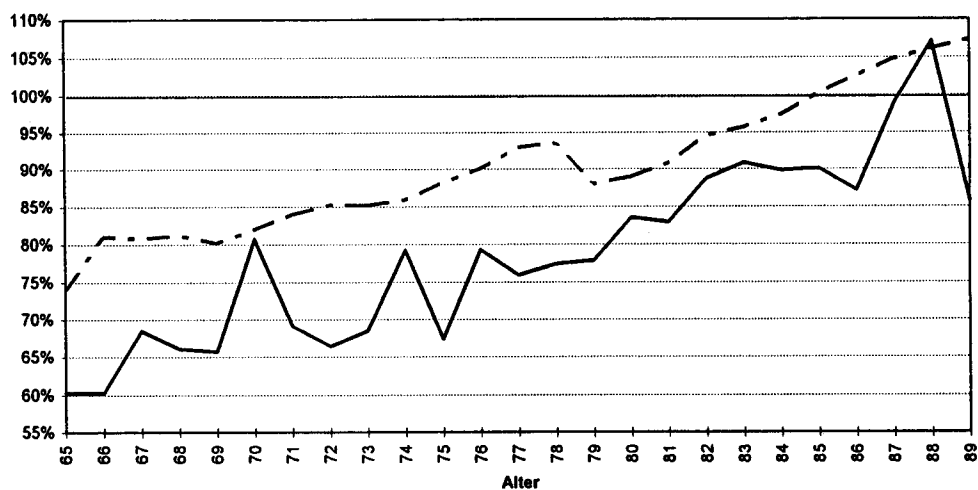
The projection of future mortality assumes an annual improvement rate, dependent on age, which is based on the trend of mortality in the population. In contrast to earlier models, the basis to which the improvement rate has been applied, is not a life table of the past but rather a projected table in the immediate future, using the most up-to-date information. Once this stage was completed, the mortality experience of insured persons was then considered and a statistical margin for deviations was included.

VERZEICHNIS DER GRAPHIKEN UND TABELLEN

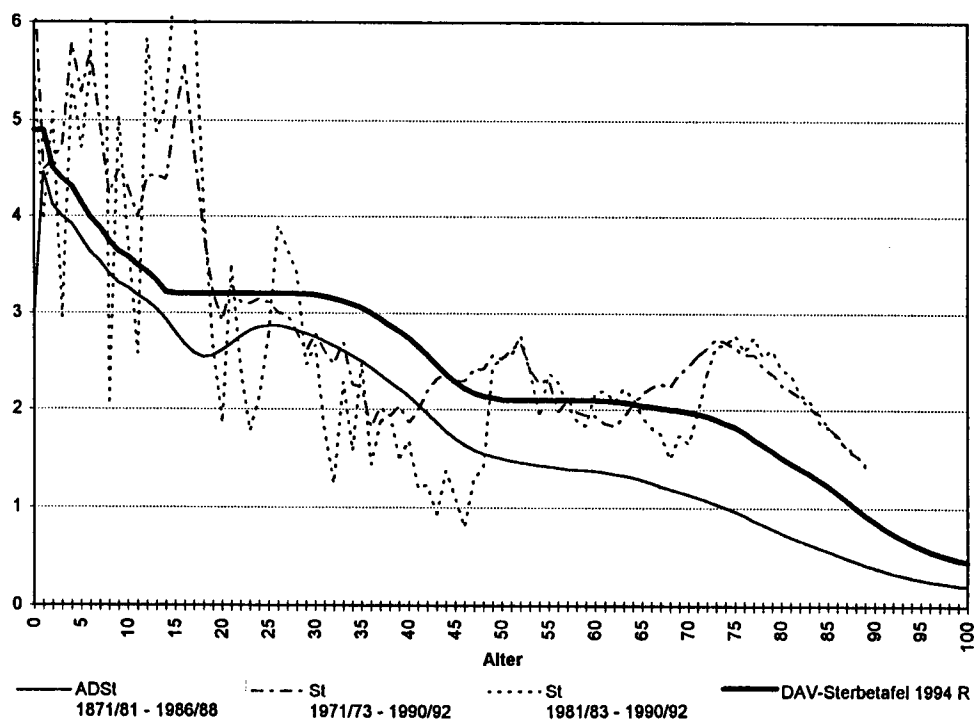
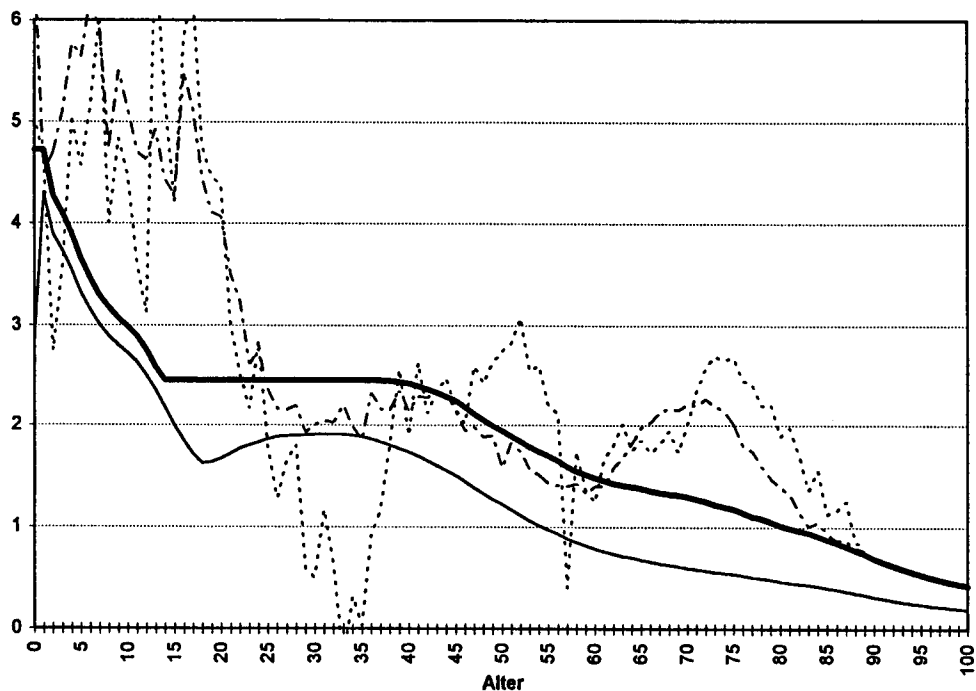
- Graphik 1 Entwicklung der Bevölkerungssterblichkeit in der Bundesrepublik Deutschland seit 1981/83
- Graphik 2 Sterblichkeit in der privaten und gesetzlichen Rentenversicherung im Verhältnis zur Sterbetafel 1987 R
- Graphik 3 Jährliche Sterblichkeitsverbesserung nach verschiedenen Trendfunktionen
- Graphik 4 Jährliche Sterblichkeitsverbesserung nach DAV-Sterbetafel 1994 R
- Graphik 5 Relative Versichertensterblichkeit nach Münchener Rück-Daten im Verhältnis zur Bevölkerungssterblichkeit
- Graphik 6 Basistafel 2000
- Graphik 7 Basistafel 2000 im Verhältnis zur (ausgeglichenen) extrapolierten Tafel 2000
- Tabelle 1 Jährliche Sterblichkeitsverbesserung nach verschiedenen Trendfunktionen
- Tabelle 2 Langfristiger Trend der DAV-Sterbetafel 1994 R
- Tabelle 3 Relative Versichertensterblichkeit nach Münchener Rück-Daten im Verhältnis zur Bevölkerungssterblichkeit
- Tabelle 4 Basistafel 2000
- Tabelle 5 Grundtafel
- Tabelle 6 Altersverschiebung
- Tabelle 7 Nettoprämien – Vergleich mit der Sterbetafel 1987 R
- Tabelle 8 Nettoprämien – Vergleich mit dem Ausland



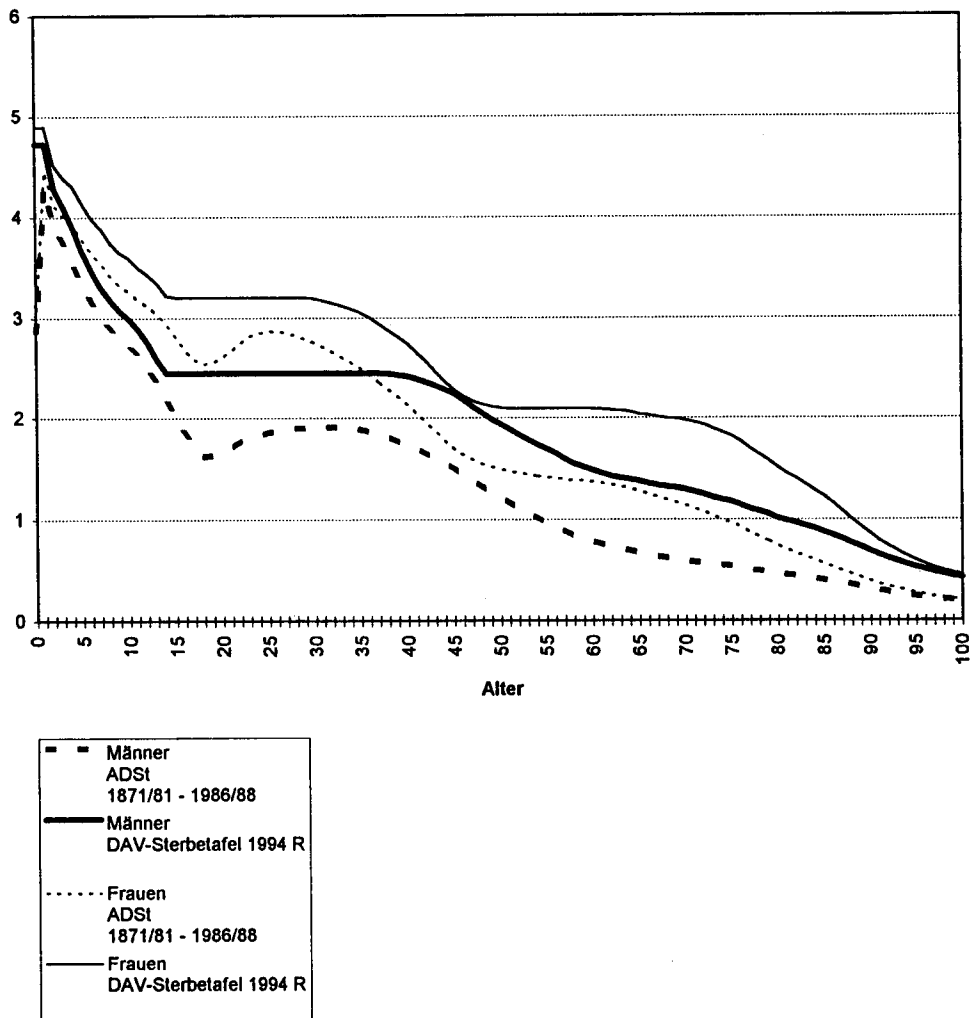
Graphik 1. Entwicklung der Bevölkerungsterblichkeit in der Bundesrepublik Deutschland seit 1981/83 (oben: Männer, unten: Frauen)



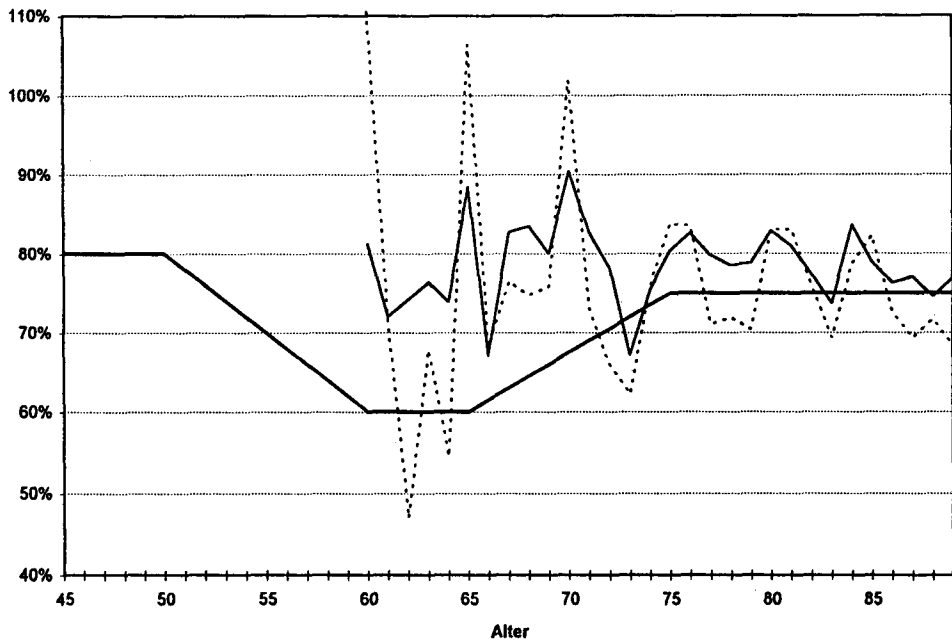
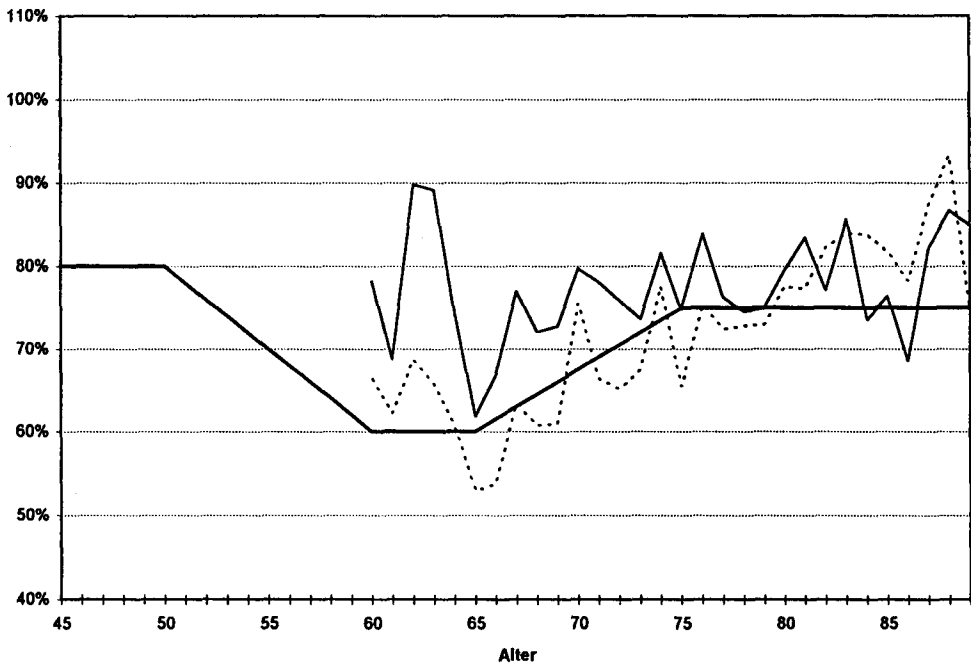
Graphik 2. Sterblichkeit in der privaten und gesetzlichen Rentenversicherung im Verhältnis zur Sterbetafel 1987 R (oben: Männer, unten: Frauen)



Graphik 3. Jährliche Sterblichkeitsverbesserung nach verschiedenen Trendfunktionen (in %) (oben: Männer, unten: Frauen)

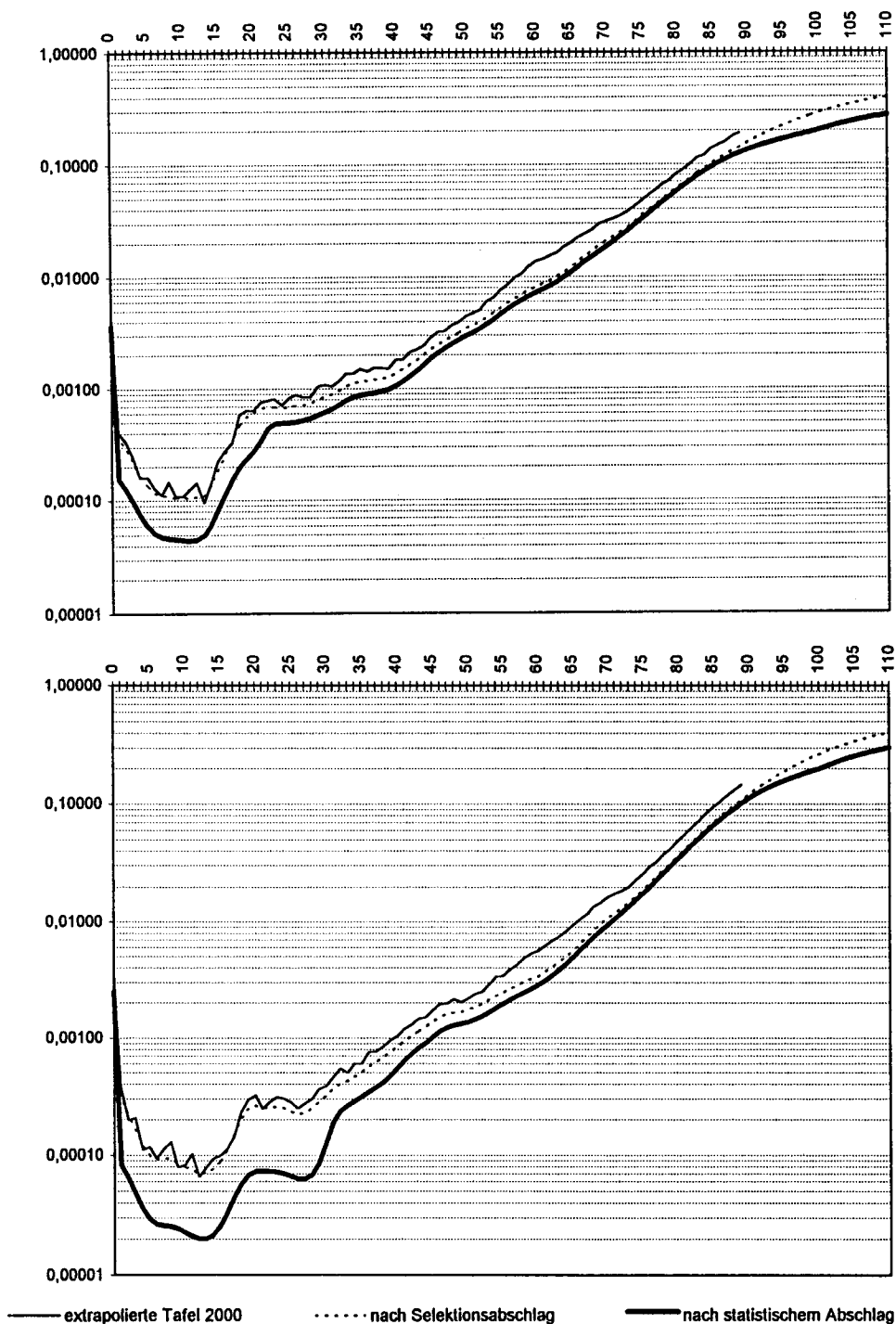


Graphik 4. Jährliche Sterblichkeitsverbesserung nach DAV-Sterbetafel 1994 R (in %)

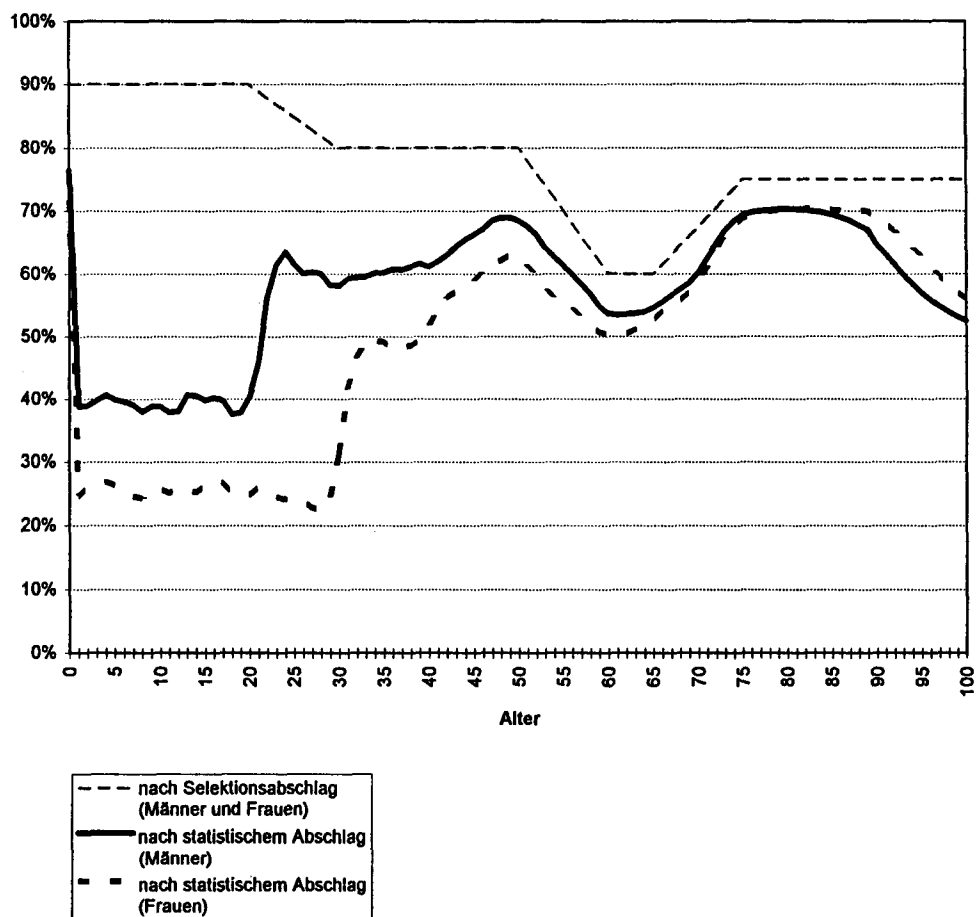


— 1967 - 1992 relative Sterblichkeit 1988 - 1992 relative Sterblichkeit — Faktor f_x

Graphik 5. Relative Versichertensterblichkeit nach Münchener Rück-Daten im Verhältnis zur Bevölkerungsterblichkeit (oben: Männer, unten: Frauen)



Graphik 6. Basistafel 2000 (oben: Männer, unten: Frauen)



Graphik 7. Basistafel 2000 im Verhältnis zur (ausgeglichenen) extrapolierten Tafel 2000

Tabelle 1. Jährliche Sterblichkeitsverbesserung nach verschiedenen Trendfunktionen (in %) (Männer)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Löhr (F(x) ausgeglichen)	ADSt 1871/81 - 1986/88	ADSt 1949/51 - 1986/88	St 1971/73 - 1990/92	St 1981/83 - 1990/92	DAV- Sterbetafel 1994 R	Groß- britannien IM/F 80	USA verwendet für 1983 Table a	USA Projektion nach 1983 1983 Table a	Australien
20	1,97	1,67	1,37	4,07	4,37	2,45	1,77	0,00	0,10	3,00
25	1,87	1,86	2,04	2,35	1,77	2,45	1,77	0,00	0,10	3,00
30	1,80	1,90	1,78	2,00	0,50	1,45	1,77	0,75	0,75	3,00
35	1,69	1,88	1,58	1,84	0,03	2,45	1,77	2,25	2,00	3,00
40	1,55	1,73	1,16	2,13	1,89	2,41	1,77	2,25	2,00	3,00
45	1,37	1,50	0,88	2,13	2,15	2,24	1,77	2,24	1,77	3,00
50	1,16	1,22	0,86	1,57	2,74	1,94	1,77	2,25	1,75	3,00
55	0,94	0,97	0,68	1,43	2,20	1,69	1,77	2,25	1,50	3,00
60	0,74	0,78	0,56	1,40	1,24	1,48	1,77	2,25	1,77	2,70
65	0,58	0,67	0,51	1,97	1,85	1,37	1,56	2,25	1,50	2,40
70	0,48	0,59	0,43	2,20	1,99	1,29	1,36	2,25	1,25	2,10
75	0,43	0,53	0,42	2,01	2,68	1,17	1,17	2,00	1,25	1,80
80	0,43	0,46	0,45	1,39	1,89	1,01	0,99	1,75	1,25	1,50
85	0,43	0,40	0,53	0,94	1,12	0,87	0,81	1,50	1,25	1,20
90	0,37	0,31	0,62			0,68	0,64	1,50	1,00	0,90
95	0,33	0,24	0,44			0,53	0,47	1,50	1,00	0,60
100	0,33	0,19	0,17			0,42	0,31	1,50	1,00	0,30
arithmetisches Mittel										
60 - 89	0,49	0,54	0,48	1,60	1,85	1,14	1,28	2,00	1,33	1,95
										60 - 89

Tabelle 1. Jährliche Sterblichkeitsverbesserung nach verschiedenen Trendfunktionen (in %) (Frauen)

Alter	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Alter
	Lühr (F(x) ausgeglichen)	ADSt 1871/81 - 1986/88	ADSt 1949/51 - 1986/88	St 1971/73 - 1990/92	St 1981/83 - 1990/92	DAV- Sterbetafel 1984 R	Groß- britannien IM/IF 80	USA verwendet für 1983 Table a	USA Projektion nach 1983 1983 Table a	Australien	
20	3,29	2,61	2,68	2,91	1,85	3,20	1,77	0,00	0,50	2,50	20
25	3,18	2,87	3,14	3,11	2,77	3,20	1,77	0,00	0,75	2,50	25
30	2,95	2,75	3,00	2,79	2,66	3,19	1,77	1,00	1,25	2,50	30
35	2,63	2,50	2,46	2,23	2,48	3,05	1,77	2,25	2,25	2,50	35
40	2,29	2,13	1,88	1,86	1,67	2,74	1,77	2,25	2,25	2,50	40
45	1,96	1,70	1,65	2,29	1,10	2,28	1,77	2,25	2,00	2,50	45
50	1,70	1,49	1,55	2,53	2,54	2,10	1,77	2,25	2,00	2,50	50
55	1,52	1,41	1,47	2,32	2,37	2,09	1,77	2,25	1,75	2,35	55
60	1,40	1,37	1,51	1,94	2,17	2,09	1,77	2,25	1,75	2,20	60
65	1,33	1,28	1,69	2,16	1,92	2,04	1,56	2,25	1,75	2,05	65
70	1,24	1,13	1,82	2,45	1,65	1,97	1,36	2,25	1,75	1,90	70
75	1,10	0,96	1,73	2,64	2,77	1,82	1,17	2,00	1,50	1,75	75
80	0,88	0,74	1,47	2,26	2,41	1,51	0,99	1,75	1,50	1,60	80
85	0,60	0,56	1,10	1,82	1,82	1,22	0,81	1,50	1,50	1,45	85
90	0,40	0,39	0,88			0,86	0,64	1,50	1,25	1,30	90
95	0,35	0,27	0,52			0,59	0,47	1,50	1,25	1,15	95
100	0,35	0,21	0,16			0,45	0,31	1,50	1,25	1,00	100
arithmetisches Mittel											
60 - 89	1,02	0,94	1,52	2,17	2,11	1,70	1,28	2,00	1,63	1,83	60 - 89

Tabelle 2. Langfristiger Trend der DAV-Sterbetafel 1994 R (Männer)

x	$F(x)$	r_x	$r_x F(x)$	$\bar{F}(x)$	x	$F(x)$	r_x	$r_x F(x)$	$\bar{F}(x)$
0	0,02885845	1,10	0,03174430	0,04833273	56	0,00932774	1,78	0,01660337	0,01660337
1	0,04393885	1,10	0,04833273	0,04833273	57	0,00884051	1,81	0,01600133	0,01600133
2	0,03971645	1,10	0,04368809	0,04368809	58	0,00844270	1,84	0,01553456	0,01553456
3	0,03803012	1,10	0,04183313	0,04183313	59	0,00813628	1,87	0,01521484	0,01521484
4	0,03605531	1,10	0,03966084	0,03966084	60	0,00783731	1,90	0,01489088	0,01489088
5	0,03378002	1,10	0,03715802	0,03715802	61	0,00756679	1,93	0,01460390	0,01460390
6	0,03201593	1,10	0,03521752	0,03521752	62	0,00730905	1,96	0,01432574	0,01432574
7	0,03046459	1,10	0,03351105	0,03351105	63	0,00709378	1,99	0,01411661	0,01411661
8	0,02931667	1,10	0,03224834	0,03224834	64	0,00692851	2,02	0,01399559	0,01399559
9	0,02831371	1,10	0,03114508	0,03114508	65	0,00672977	2,05	0,01379603	0,01379603
10	0,02754687	1,10	0,03030156	0,03030156	66	0,00651742	2,08	0,01355623	0,01355623
11	0,02664800	1,10	0,02931279	0,02931279	67	0,00633642	2,11	0,01336985	0,01336985
12	0,02550341	1,10	0,02783375	0,02783375	68	0,00619245	2,14	0,01325183	0,01325183
13	0,02376351	1,10	0,02613986	0,02613986	69	0,00605495	2,17	0,01313924	0,01313924
14	0,02198157	1,10	0,02417972	0,02478520	70	0,00590680	2,20	0,01299496	0,01299496
15	0,02008681	1,10	0,02209549	0,02478520	71	0,00579086	2,20	0,01273988	0,01273988
16	0,01859772	1,10	0,02045750	0,02478520	72	0,00568210	2,20	0,01250063	0,01250063
17	0,01723524	1,10	0,01895877	0,02478520	73	0,00555059	2,20	0,01221130	0,01221130
18	0,01630380	1,10	0,01793418	0,02478520	74	0,00544176	2,20	0,01197187	0,01197187
19	0,01644604	1,10	0,01809065	0,02478520	75	0,00535061	2,20	0,01177133	0,01177133
20	0,01683597	1,10	0,01851957	0,02478520	76	0,00519505	2,20	0,01142912	0,01142912
21	0,01733451	1,10	0,01906796	0,02478520	77	0,00501739	2,20	0,01103825	0,01103825
22	0,01784618	1,10	0,01963079	0,02478520	78	0,00492585	2,20	0,01083687	0,01083687
23	0,01813698	1,10	0,01995068	0,02478520	79	0,00479683	2,20	0,01055302	0,01055302
24	0,01845841	1,10	0,02030425	0,02478520	80	0,00461315	2,20	0,01014893	0,01014893
25	0,01875653	1,10	0,02063218	0,02478520	81	0,00449737	2,20	0,00989422	0,00989422
26	0,01898414	1,12	0,02126224	0,02478520	82	0,00439431	2,20	0,00968749	0,00968749
27	0,01907269	1,14	0,02174286	0,02478520	83	0,00427686	2,20	0,00940909	0,00940909
28	0,01913591	1,16	0,02219765	0,02478520	84	0,00413909	2,20	0,00910600	0,00910600
29	0,01918366	1,18	0,02263672	0,02478520	85	0,00397538	2,20	0,00874584	0,00874584
30	0,01923236	1,20	0,02307883	0,02478520	86	0,00382464	2,20	0,00841421	0,00841421
31	0,01923824	1,22	0,02347066	0,02478520	87	0,00366961	2,20	0,00807313	0,00807313
32	0,01924985	1,24	0,02386981	0,02478520	88	0,00348575	2,20	0,00766865	0,00766865
33	0,01922187	1,26	0,02421955	0,02478520	89	0,00331557	2,20	0,00729425	0,00729425
34	0,01913593	1,28	0,02449399	0,02478520	90	0,00311851	2,20	0,00686072	0,00686072
35	0,01900732	1,30	0,02470951	0,02478520	91	0,00294951	2,20	0,00648892	0,00648892
36	0,01877089	1,32	0,02477757	0,02478520	92	0,00280370	2,20	0,00616815	0,00616815
37	0,01849642	1,34	0,02478520	0,02478520	93	0,00266396	2,20	0,00586072	0,00586072
38	0,01816565	1,36	0,02470528	0,02470528	94	0,00253080	2,20	0,00556777	0,00556777
39	0,01780654	1,38	0,02457302	0,02457302	95	0,00240455	2,20	0,00529002	0,00529002
40	0,01744315	1,40	0,02442041	0,02442041	96	0,00228676	2,20	0,00503088	0,00503088
41	0,01702438	1,42	0,02417462	0,02417462	97	0,00217818	2,20	0,00479201	0,00479201
42	0,01656500	1,44	0,02385360	0,02385360	98	0,00207954	2,20	0,00457499	0,00457499
43	0,01608827	1,46	0,02348888	0,02348888	99	0,00199162	2,20	0,00438157	0,00438157
44	0,01561538	1,48	0,02311076	0,02311076	100	0,00191408	2,20	0,00421097	0,00421097
45	0,01510942	1,50	0,02266414	0,02266414	101				0,00421097
46	0,01448798	1,52	0,02202172	0,02202172	102				0,00421097
47	0,01384742	1,54	0,02132503	0,02132503	103				0,00421097
48	0,01328477	1,56	0,02072424	0,02072424	104				0,00421097
49	0,01276955	1,58	0,02017589	0,02017589	105				0,00421097
50	0,01223854	1,60	0,01958166	0,01958166	106				0,00421097
51	0,01169135	1,63	0,01905690	0,01905690	107				0,00421097
52	0,01115137	1,66	0,01851127	0,01851127	108				0,00421097
53	0,01064574	1,69	0,01799130	0,01799130	109				0,00421097
54	0,01017593	1,72	0,01750261	0,01750261	110				0,00421097
55	0,00975935	1,75	0,01707887	0,01707887					

Tabelle 2. Langfristiger Trend der DAV-Sterbetafel 1994 R (Frauen)

y	$F(y)$	r_y	$r_y F(y)$	$\bar{F}(y)$	y	$F(y)$	r_y	$r_y F(y)$	$\bar{F}(y)$
0	0,03009476	1,1000	0,03310424	0,05016905	56	0,01410491	1,4875	0,02098105	0,02116190
1	0,04560823	1,1000	0,05016905	0,05016905	57	0,01397637	1,5000	0,02096456	0,02116190
2	0,04197608	1,1000	0,04617369	0,04617369	58	0,01390520	1,5125	0,02103161	0,02116190
3	0,04080933	1,1000	0,04489026	0,04489026	59	0,01386776	1,5250	0,02114833	0,02116190
4	0,03998510	1,1000	0,04398361	0,04398361	60	0,01376384	1,5375	0,02116190	0,02116190
5	0,03843803	1,1000	0,04228184	0,04228184	61	0,01361496	1,5500	0,02110318	0,02110318
6	0,03696540	1,1000	0,04066194	0,04066194	62	0,01345681	1,5625	0,02102627	0,02102627
7	0,03600480	1,1000	0,03960527	0,03960527	63	0,01329455	1,5750	0,02093891	0,02093891
8	0,03466369	1,1000	0,03813006	0,03813006	64	0,01311064	1,5875	0,02081313	0,02081313
9	0,03371442	1,1000	0,03708586	0,03708586	65	0,01285721	1,6000	0,02057154	0,02057154
10	0,03319979	1,1000	0,03651977	0,03651977	66	0,01256725	1,6300	0,02048462	0,02048462
11	0,03232445	1,1000	0,03555690	0,03555690	67	0,01224067	1,6600	0,02031952	0,02031952
12	0,03170959	1,1000	0,03488054	0,03488054	68	0,01194389	1,6900	0,02018518	0,02018518
13	0,03086883	1,1000	0,03395571	0,03395571	69	0,01169091	1,7200	0,02010837	0,02010837
14	0,02973442	1,1000	0,03270787	0,03270787	70	0,01139345	1,7500	0,01993854	0,01993854
15	0,02838784	1,1000	0,03122662	0,03251768	71	0,01109205	1,7800	0,01974386	0,01974386
16	0,02707682	1,1000	0,02978450	0,03251768	72	0,01077921	1,8100	0,01951036	0,01951036
17	0,02617791	1,1000	0,02879570	0,03251768	73	0,01039608	1,8400	0,01912880	0,01912880
18	0,02570202	1,1000	0,02827222	0,03251768	74	0,01000886	1,8700	0,01871657	0,01871657
19	0,02588359	1,1000	0,02847195	0,03251768	75	0,00966081	1,9000	0,01835553	0,01835553
20	0,02643494	1,1000	0,02907843	0,03251768	76	0,00923860	1,9300	0,01783051	0,01783051
21	0,02713600	1,1000	0,02984960	0,03251768	77	0,00871982	1,9600	0,01709085	0,01709085
22	0,02793935	1,1000	0,03073329	0,03251768	78	0,00827583	1,9900	0,01646890	0,01646890
23	0,02858469	1,1000	0,03144316	0,03251768	79	0,00786569	2,0200	0,01588688	0,01588688
24	0,02893895	1,1000	0,03183285	0,03251768	80	0,00741064	2,0500	0,01519181	0,01519181
25	0,02907044	1,1000	0,03197748	0,03251768	81	0,00700959	2,0800	0,01457994	0,01457994
26	0,02909343	1,1125	0,03236644	0,03251768	82	0,00666203	2,1100	0,01405689	0,01405689
27	0,02890461	1,1250	0,03251768	0,03251768	83	0,00630863	2,1400	0,01350046	0,01350046
28	0,02858384	1,1375	0,03251412	0,03251412	84	0,00594324	2,1700	0,01289683	0,01289683
29	0,02826116	1,1500	0,03250033	0,03250033	85	0,00559561	2,2000	0,01231035	0,01231035
30	0,02787645	1,1625	0,03240638	0,03240638	86	0,00526528	2,2300	0,01158362	0,01158362
31	0,02741700	1,1750	0,03221498	0,03221498	87	0,00490982	2,2600	0,01080160	0,01080160
32	0,02692542	1,1875	0,03197394	0,03197394	88	0,00455555	2,2900	0,01002221	0,01002221
33	0,02641260	1,2000	0,03169512	0,03169512	89	0,00421970	2,3200	0,00928334	0,00928334
34	0,02585675	1,2125	0,03135131	0,03135131	90	0,00390999	2,3500	0,00860197	0,00860197
35	0,02528909	1,2250	0,03097913	0,03097913	91	0,00360872	2,3800	0,00793919	0,00793919
36	0,02459944	1,2375	0,03044181	0,03044181	92	0,00335457	2,4100	0,00738005	0,00738005
37	0,02385123	1,2500	0,02981404	0,02981404	93	0,00312002	2,4400	0,00686404	0,00686404
38	0,02307705	1,2625	0,02913478	0,02913478	94	0,00290519	2,4700	0,00639142	0,00639142
39	0,02235876	1,2750	0,02850742	0,02850742	95	0,00271046	2,5000	0,00596301	0,00596301
40	0,02157304	1,2875	0,02777529	0,02777529	96	0,00253672	2,5300	0,00558079	0,00558079
41	0,02067660	1,3000	0,02687958	0,02687958	97	0,00238409	2,5600	0,00524500	0,00524500
42	0,01977513	1,3125	0,02595486	0,02595486	98	0,00225346	2,5900	0,00495762	0,00495762
43	0,01881239	1,3250	0,02492642	0,02492642	99	0,00214459	2,6200	0,00471810	0,00471810
44	0,01789094	1,3375	0,02392914	0,02392914	100	0,00205707	2,6500	0,00452556	0,00452556
45	0,01711005	1,3500	0,02309856	0,02309856	101			0,00452556	0,00452556
46	0,01646044	1,3625	0,02242735	0,02242735	102			0,00452556	0,00452556
47	0,01594840	1,3750	0,02192904	0,02192904	103			0,00452556	0,00452556
48	0,01556355	1,3875	0,02159443	0,02159443	104			0,00452556	0,00452556
49	0,01527481	1,4000	0,02138474	0,02138474	105			0,00452556	0,00452556
50	0,01503600	1,4125	0,02123835	0,02123835	106			0,00452556	0,00452556
51	0,01481285	1,4250	0,02110832	0,02116190	107			0,00452556	0,00452556
52	0,01463621	1,4375	0,02103956	0,02116190	108			0,00452556	0,00452556
53	0,01448541	1,4500	0,02100385	0,02116190	109			0,00452556	0,00452556
54	0,01432515	1,4625	0,02095054	0,02116190	110			0,00452556	0,00452556
55	0,01421046	1,4750	0,02096043	0,02116190					

Tabelle 3. Relative Versichertensterblichkeit nach Münchener Rück-Daten im Verhältnis zur Bevölkerungssterblichkeit (Männer)

1988 - 1992									
Alter	(1)		(2)		(3)		(4)		Alter
	Bestand Münchener Rück	beobachtete Tote Münchener Rück	erwartete Tote	relative Sterblichkeit: (2) / (3) in %	Bestand Münchener Rück	beobachtete Tote Münchener Rück	erwartete Tote	relative Sterblichkeit: (2) / (3) in %	
60	3785	49	63	78,2%	1837	19	29	66,4%	60
61	6761	84	122	68,7%	3502	37	60	62,1%	61
62	7507	133	148	89,8%	4093	52	76	68,7%	62
63	8200	158	177	89,2%	4479	59	90	65,6%	63
64	9413	165	222	74,4%	5130	68	112	60,7%	64
65	19552	321	519	61,8%	9067	114	215	53,0%	65
66	29759	587	878	66,8%	13119	185	344	53,8%	66
67	29353	730	949	76,9%	12857	232	366	63,4%	67
68	26692	691	959	72,0%	11757	226	372	60,8%	68
69	24402	702	965	72,7%	10394	220	361	60,9%	69
70	22344	782	981	79,7%	8570	247	327	75,6%	70
71	20553	775	993	78,1%	6943	190	286	66,4%	71
72	18578	750	988	75,9%	5547	162	249	65,1%	72
73	16508	709	963	73,6%	4338	143	212	67,4%	73
74	15181	791	970	81,6%	4074	172	222	77,6%	74
75	14253	747	999	74,8%	4170	165	252	65,4%	75
76	13342	852	1015	83,9%	4391	222	295	75,3%	76
77	12395	781	1024	76,3%	4391	233	322	72,4%	77
78	11235	753	1011	74,5%	4191	247	339	72,8%	78
79	10032	735	981	74,9%	3815	246	337	73,0%	79
80	8896	756	950	79,6%	3531	268	346	77,5%	80
81	7757	758	908	83,4%	3087	257	333	77,3%	81
82	6667	654	848	77,1%	2741	267	324	82,3%	82
83	5650	667	778	85,7%	2366	258	307	83,9%	83
84	4771	522	710	73,5%	2106	247	295	83,9%	84
85	3985	491	643	76,4%	1736	218	267	81,8%	85
86	3300	394	575	68,5%	1411	183	234	78,2%	86
87	2723	420	511	82,2%	1156	180	206	87,4%	87
88	2132	371	428	86,7%	924	166	178	93,3%	88
89	1610	291	343	84,9%	670	102	137	74,6%	89
Mittel der rel. Sterblichkeit									
Summe (1)		Summe (2)	Summe (3)	76,9% (a)	Summe (1)	Summe (2)	Summe (3)	71,9% (a)	
367336		16619	21621	75,6% (b)	146393	5385	7491	66,7% (b)	

(a) gewichtet mit der Zahl der erwarteten Toten (Summe (2) / Summe (3))

(b) gewichtet mit dem Bestand

Tabelle 3. Relative Versichertensterblichkeit nach Münchener Rück-Daten im Verhältnis zur Bevölkerungssterblichkeit (Frauen)

1967 - 1992									
Alter	(1)		(2)	(3)	(4)		(1)		Alter
	Bestand Münchener Rück	beobachtete Tote		erwartete Tote	1967 - 1992 Sterblichkeit: (2) / (3) in %	relative Sterblichkeit: (2) / (3) in %	Münchener Rück	beobachtete Tote	
60	7776	50	62	62	81,3%	81,3%	2486	19	60
61	13039	81	113	113	72,0%	72,0%	4397	24	61
62	13784	96	129	129	74,2%	74,2%	5067	20	62
63	13988	110	144	144	76,4%	76,4%	5449	34	63
64	14110	119	161	161	73,9%	73,9%	5797	32	64
65	21420	245	277	277	88,4%	88,4%	7792	93	65
66	28821	277	413	413	67,1%	67,1%	10270	87	66
67	28569	375	453	453	82,7%	82,7%	10898	113	67
68	27043	399	478	478	83,4%	83,4%	10653	125	68
69	25343	400	500	500	80,0%	80,0%	10023	131	69
70	23991	478	529	529	90,3%	90,3%	8868	174	70
71	22622	464	561	561	82,6%	82,6%	7584	118	71
72	20833	450	576	576	78,1%	78,1%	6433	99	72
73	19100	399	584	584	67,1%	67,1%	5563	90	73
74	17821	471	624	624	75,4%	75,4%	5425	122	74
75	17097	543	676	676	80,4%	80,4%	5814	164	75
76	16386	597	723	723	82,6%	82,6%	6072	193	76
77	15386	605	759	759	79,7%	79,7%	6053	183	77
78	14294	621	791	791	78,5%	78,5%	5895	205	78
79	12904	633	803	803	78,8%	78,8%	5372	206	79
80	11530	674	813	813	82,9%	82,9%	4850	250	80
81	10317	667	824	824	81,0%	81,0%	4319	253	81
82	9172	634	820	820	77,3%	77,3%	3962	236	82
83	8070	596	809	809	73,7%	73,7%	3458	214	83
84	7047	660	789	789	83,6%	83,6%	3013	236	84
85	5965	587	744	744	78,9%	78,9%	2552	235	85
86	5097	537	704	704	76,3%	76,3%	2137	193	86
87	4176	489	635	635	77,0%	77,0%	1691	162	87
88	3463	434	582	582	74,6%	74,6%	1375	151	88
89	2813	397	516	516	76,9%	76,9%	1044	120	89
Mittel der rel. Sterblichkeit							Summe (1)	Summe (2)	Mittel der rel. Sterblichkeit
							164112	4286	75,7% (a)
								5658	76,0% (b)

(a) gewichtet mit der Zahl der erwarteten Toten (Summe (2) / Summe (3))

(b) gewichtet mit dem Bestand

Tabelle 4. Basistafel 2000 (Männer)

	1	2	3	4	5	6	7	8
Alter	$q_x^B \text{ roh}$	$q_x^B \text{ ausgl.}$	f_x	$f_x q_x^B$	s_x^a	$\bar{q}_x^B \text{ roh}$	\bar{q}_x^B	714
0	0,004824	0,004824	0,900	0,004342	0,000651	0,003691	0,003691	0,850
1	0,000400	0,000397	0,900	0,000358	0,000201	0,000156	0,000154	0,431
2	0,000333	0,000320	0,900	0,000288	0,000162	0,000126	0,000125	0,433
3	0,000240	0,000244	0,900	0,000220	0,000124	0,000096	0,000097	0,442
4	0,000159	0,000184	0,900	0,000166	0,000093	0,000072	0,000075	0,452
5	0,000161	0,000150	0,900	0,000135	0,000076	0,000059	0,000060	0,444
6	0,000128	0,000130	0,900	0,000117	0,000068	0,000051	0,000052	0,440
7	0,000112	0,000122	0,900	0,000110	0,000062	0,000048	0,000048	0,434
8	0,000147	0,000122	0,900	0,000110	0,000062	0,000048	0,000048	0,422
9	0,000109	0,000117	0,900	0,000106	0,000059	0,000046	0,000046	0,431
10	0,000109	0,000116	0,900	0,000104	0,000059	0,000045	0,000045	0,431
11	0,000126	0,000118	0,900	0,000106	0,000060	0,000046	0,000044	0,420
12	0,000144	0,000119	0,900	0,000107	0,000060	0,000047	0,000045	0,423
13	0,000095	0,000122	0,900	0,000110	0,000062	0,000048	0,000050	0,452
14	0,000143	0,000152	0,900	0,000137	0,000077	0,000060	0,000062	0,450
15	0,000225	0,000209	0,900	0,000188	0,000106	0,000082	0,000083	0,442
16	0,000282	0,000285	0,900	0,000257	0,000145	0,000112	0,000115	0,447
17	0,000328	0,000389	0,900	0,000350	0,000197	0,000153	0,000154	0,441
18	0,000581	0,000525	0,900	0,000472	0,000266	0,000206	0,000197	0,417
19	0,000641	0,000620	0,900	0,000558	0,000314	0,000243	0,000235	0,421
20	0,000635	0,000680	0,900	0,000612	0,000345	0,000267	0,000275	0,449
21	0,000761	0,000744	0,890	0,000662	0,000373	0,000289	0,000340	0,514
22	0,000791	0,000781	0,880	0,000687	0,000193	0,000494	0,000439	0,639
23	0,000818	0,000789	0,870	0,000686	0,000193	0,000493	0,000485	0,707
24	0,000716	0,000779	0,860	0,000670	0,000188	0,000482	0,000495	0,738
25	0,000827	0,000811	0,850	0,000689	0,000194	0,000496	0,000499	0,724
26	0,000883	0,000845	0,840	0,000710	0,000199	0,000510	0,000508	0,715
27	0,000846	0,000864	0,830	0,000717	0,000201	0,000516	0,000521	0,727
28	0,000854	0,000909	0,820	0,000745	0,000202	0,000544	0,000546	0,733
29	0,001050	0,000996	0,810	0,000806	0,000218	0,000588	0,000580	0,720
30	0,001090	0,001060	0,800	0,000848	0,000230	0,000619	0,000617	0,727
31	0,001058	0,001116	0,800	0,000892	0,000242	0,000651	0,000660	0,740
32	0,001188	0,001212	0,800	0,000970	0,000263	0,000707	0,000720	0,743
33	0,001383	0,001326	0,800	0,001061	0,000257	0,000804	0,000790	0,745
34	0,001378	0,001403	0,800	0,001123	0,000272	0,000851	0,000844	0,752
35	0,001512	0,001459	0,800	0,001167	0,000283	0,000885	0,000879	0,753
36	0,001426	0,001479	0,800	0,001183	0,000286	0,000897	0,000899	0,760
37	0,001550	0,001511	0,800	0,001209	0,000293	0,000916	0,000917	0,758
38	0,001547	0,001542	0,800	0,001233	0,000289	0,000944	0,000943	0,765
39	0,001517	0,001603	0,800	0,001282	0,000301	0,000981	0,000988	0,770
40	0,001820	0,001734	0,800	0,001388	0,000326	0,001062	0,001060	0,764
41	0,001815	0,001875	0,800	0,001500	0,000352	0,001148	0,001162	0,775
42	0,002109	0,002058	0,800	0,001646	0,000328	0,001319	0,001297	0,788
43	0,002249	0,002257	0,800	0,001805	0,000359	0,001446	0,001451	0,804
44	0,002421	0,002502	0,800	0,002001	0,000398	0,001603	0,001638	0,818
45	0,002842	0,002813	0,800	0,002251	0,000360	0,001890	0,001864	0,828
46	0,003211	0,003111	0,800	0,002489	0,000398	0,002090	0,002085	0,838
47	0,003273	0,003352	0,800	0,002682	0,000382	0,002300	0,002297	0,856
48	0,003667	0,003639	0,800	0,002912	0,000415	0,002497	0,002507	0,861
49	0,003920	0,003952	0,800	0,003162	0,000432	0,002729	0,002728	0,863
50	0,004387	0,004312	0,800	0,003449	0,000472	0,002978	0,002952	0,856
51	0,004714	0,004693	0,780	0,003661	0,000487	0,003173	0,003174	0,867
52	0,005005	0,005173	0,760	0,003932	0,000524	0,003408	0,003433	0,873
53	0,005981	0,005856	0,740	0,004333	0,000574	0,003759	0,003762	0,868
54	0,006567	0,006637	0,720	0,004778	0,000633	0,004145	0,004162	0,871
55	0,007619	0,007551	0,700	0,005285	0,000645	0,004640	0,004626	0,875

Tabelle 4. (Männer) Fortsetzung

	1	2	3	4	5	6	7	8
Alter	$q_x^B \text{ roh}$	$q_x^B \text{ ausagl.}$	f_x	$f_x q_x^B$	s_x^a	$\bar{q}_x^B \text{ roh}$	\bar{q}_x^B	714
56	0,008460	0,008560	0,680	0,005821	0,000711	0,005110	0,005131	0,881
57	0,009828	0,009697	0,660	0,006400	0,000722	0,005678	0,005666	0,885
58	0,010611	0,010890	0,640	0,006969	0,000758	0,006212	0,006199	0,889
59	0,012339	0,012202	0,620	0,007565	0,000809	0,006756	0,006710	0,887
60	0,013750	0,013411	0,600	0,008046	0,000863	0,007183	0,007196	0,894
61	0,014365	0,014425	0,600	0,008655	0,000930	0,007726	0,007709	0,891
62	0,015385	0,015469	0,600	0,009281	0,000999	0,008282	0,008288	0,893
63	0,016424	0,016714	0,600	0,010028	0,001068	0,008960	0,008988	0,896
64	0,018419	0,018266	0,600	0,010959	0,001122	0,009837	0,009859	0,900
65	0,019894	0,020013	0,600	0,012008	0,001169	0,010839	0,010928	0,910
66	0,022123	0,021958	0,615	0,013504	0,001272	0,012232	0,012201	0,904
67	0,023837	0,024014	0,630	0,015129	0,001427	0,013702	0,013603	0,899
68	0,025923	0,026212	0,645	0,016907	0,001786	0,015121	0,015087	0,892
69	0,029320	0,028471	0,660	0,018781	0,002049	0,016741	0,016680	0,888
70	0,031132	0,030578	0,675	0,020640	0,002159	0,018481	0,018427	0,893
71	0,032776	0,032644	0,690	0,022525	0,002134	0,020390	0,020402	0,906
72	0,034637	0,034986	0,705	0,024665	0,002018	0,022647	0,022701	0,920
73	0,037599	0,037974	0,720	0,027341	0,002072	0,025269	0,025416	0,930
74	0,041727	0,041803	0,735	0,030725	0,002200	0,028526	0,028607	0,931
75	0,046191	0,046467	0,750	0,034850	0,002413	0,032437	0,032237	0,925
76	0,052549	0,051920	0,750	0,038940	0,002643	0,036297	0,036221	0,930
77	0,057754	0,057979	0,750	0,043484	0,002894	0,040590	0,040590	0,933
78	0,065317	0,064750	0,750	0,048563	0,003179	0,045384	0,045418	0,935
79	0,071344	0,072244	0,750	0,054183	0,003518	0,050666	0,050779	0,937
80	0,081427	0,080695	0,750	0,060522	0,003921	0,056600	0,056731	0,937
81	0,088721	0,090016	0,750	0,067512	0,004390	0,063122	0,063285	0,937
82	0,100007	0,100352	0,750	0,075264	0,004966	0,070298	0,070401	0,935
83	0,113922	0,111485	0,750	0,083614	0,005646	0,077968	0,077983	0,933
84	0,120112	0,123113	0,750	0,092335	0,006475	0,085860	0,085906	0,930
85	0,137587	0,135438	0,750	0,101578	0,007475	0,094103	0,094041	0,926
86	0,148108	0,148146	0,750	0,111109	0,008738	0,102371	0,102251	0,920
87	0,157903	0,161224	0,750	0,120918	0,010347	0,110571	0,110408	0,913
88	0,178492	0,174657	0,750	0,130992	0,012363	0,118629	0,118399	0,904
89	0,189293	0,188144	0,750	0,141108	0,015609	0,125498	0,126129	0,894
90		0,206210	0,750	0,154657	0,017108	0,137549	0,133522	0,863
91		0,222336	0,750	0,166752	0,023431	0,143321	0,140465	0,842
92		0,238943	0,750	0,179207	0,025181	0,154026	0,147006	0,820
93		0,255959	0,750	0,191969	0,050777	0,141192	0,153281	0,798
94		0,273307	0,750	0,204980	0,054218	0,150762	0,159565	0,778
95		0,290905	0,750	0,218178	0,057709	0,160469	0,165956	0,761
96		0,308664	0,750	0,231498	0,061232	0,170266	0,172468	0,745
97		0,326496	0,750	0,244872	0,064770	0,180102	0,179078	0,731
98		0,344308	0,750	0,258231	0,068303	0,189927	0,185753	0,719
99		0,362006	0,750	0,271505	0,071814	0,199690	0,192466	0,709
100		0,379500	0,750	0,284625	0,075285	0,209340	0,199193	0,700
101		0,396700	0,750	0,297525			0,208221	0,700
102		0,413520	0,750	0,310140			0,217049	0,700
103		0,429877	0,750	0,322408			0,225635	0,700
104		0,445695	0,750	0,334271			0,233937	0,700
105		0,460903	0,750	0,345677			0,241920	0,700
106		0,475436	0,750	0,356577			0,249548	0,700
107		0,489235	0,750	0,366926			0,256791	0,700
108		0,502249	0,750	0,376687			0,263622	0,700
109		0,514433	0,750	0,385825			0,270017	0,700
110		0,525748	0,750	0,394311			0,275955	0,700

Tabelle 4. Basistafel 2000 (Frauen)

	1	2	3	4	5	6	7	8
Alter	q_y^{roh}	$q_y^{\text{ausgegl.}}$	f_y	$f_y q_y^{\text{a}}$	s_y^{a}	\bar{q}_y^{roh}	\bar{q}_y^{a}	714
0	0,003499	0,003499	0,900	0,003149	0,000641	0,002509	0,002509	0,797
1	0,000371	0,000336	0,900	0,000303	0,000217	0,000086	0,000083	0,274
2	0,000197	0,000245	0,900	0,000221	0,000158	0,000063	0,000064	0,289
3	0,000205	0,000181	0,900	0,000163	0,000117	0,000046	0,000048	0,292
4	0,000110	0,000133	0,900	0,000120	0,000086	0,000034	0,000036	0,298
5	0,000116	0,000111	0,900	0,000100	0,000071	0,000028	0,000029	0,293
6	0,000094	0,000103	0,900	0,000093	0,000066	0,000026	0,000026	0,285
7	0,000113	0,000105	0,900	0,000094	0,000068	0,000027	0,000026	0,272
8	0,000129	0,000104	0,900	0,000094	0,000067	0,000027	0,000025	0,269
9	0,000079	0,000095	0,900	0,000086	0,000061	0,000024	0,000024	0,283
10	0,000083	0,000088	0,900	0,000080	0,000057	0,000023	0,000023	0,285
11	0,000102	0,000084	0,900	0,000076	0,000054	0,000022	0,000021	0,279
12	0,000066	0,000078	0,900	0,000070	0,000050	0,000020	0,000020	0,285
13	0,000078	0,000078	0,900	0,000070	0,000050	0,000020	0,000020	0,282
14	0,000093	0,000085	0,900	0,000077	0,000055	0,000022	0,000021	0,281
15	0,000099	0,000098	0,900	0,000088	0,000063	0,000025	0,000026	0,291
16	0,000112	0,000122	0,900	0,000110	0,000079	0,000031	0,000033	0,300
17	0,000143	0,000166	0,900	0,000149	0,000107	0,000042	0,000044	0,296
18	0,000233	0,000226	0,900	0,000204	0,000146	0,000058	0,000057	0,281
19	0,000294	0,000275	0,900	0,000248	0,000177	0,000070	0,000068	0,274
20	0,000320	0,000293	0,900	0,000264	0,000189	0,000075	0,000073	0,277
21	0,000247	0,000283	0,890	0,000252	0,000180	0,000072	0,000073	0,292
22	0,000280	0,000286	0,880	0,000252	0,000180	0,000072	0,000073	0,289
23	0,000309	0,000295	0,870	0,000257	0,000184	0,000073	0,000072	0,281
24	0,000300	0,000291	0,860	0,000250	0,000179	0,000071	0,000070	0,280
25	0,000280	0,000276	0,850	0,000235	0,000168	0,000067	0,000066	0,282
26	0,000249	0,000265	0,840	0,000223	0,000159	0,000063	0,000063	0,284
27	0,000274	0,000276	0,830	0,000229	0,000164	0,000065	0,000063	0,275
28	0,000301	0,000306	0,820	0,000251	0,000179	0,000071	0,000068	0,272
29	0,000362	0,000350	0,810	0,000283	0,000203	0,000081	0,000085	0,301
30	0,000381	0,000398	0,800	0,000318	0,000228	0,000090	0,000124	0,391
31	0,000459	0,000454	0,800	0,000364	0,000142	0,000221	0,000189	0,520
32	0,000543	0,000503	0,800	0,000403	0,000158	0,000245	0,000235	0,585
33	0,000496	0,000534	0,800	0,000427	0,000167	0,000260	0,000264	0,617
34	0,000600	0,000580	0,800	0,000464	0,000182	0,000282	0,000286	0,617
35	0,000593	0,000634	0,800	0,000507	0,000199	0,000309	0,000312	0,614
36	0,000757	0,000710	0,800	0,000568	0,000222	0,000346	0,000342	0,602
37	0,000763	0,000776	0,800	0,000621	0,000243	0,000378	0,000375	0,604
38	0,000841	0,000852	0,800	0,000682	0,000267	0,000415	0,000414	0,607
39	0,000955	0,000946	0,800	0,000757	0,000296	0,000460	0,000466	0,616
40	0,001034	0,001052	0,800	0,000842	0,000330	0,000512	0,000541	0,643
41	0,001195	0,001174	0,800	0,000939	0,000268	0,000671	0,000640	0,681
42	0,001291	0,001297	0,800	0,001038	0,000296	0,000742	0,000731	0,704
43	0,001455	0,001427	0,800	0,001141	0,000326	0,000815	0,000816	0,715
44	0,001500	0,001561	0,800	0,001249	0,000356	0,000892	0,000907	0,726
45	0,001715	0,001727	0,800	0,001382	0,000394	0,000987	0,001018	0,737
46	0,001952	0,001888	0,800	0,001511	0,000333	0,001177	0,001142	0,756
47	0,001963	0,001991	0,800	0,001593	0,000352	0,001241	0,001230	0,772
48	0,002152	0,002064	0,800	0,001651	0,000364	0,001287	0,001283	0,777
49	0,002014	0,002095	0,800	0,001676	0,000366	0,001310	0,001320	0,788
50	0,002184	0,002187	0,800	0,001750	0,000382	0,001368	0,001369	0,782
51	0,002366	0,002345	0,780	0,001829	0,000400	0,001430	0,001437	0,786
52	0,002485	0,002566	0,760	0,001950	0,000422	0,001528	0,001536	0,788
53	0,002883	0,002874	0,740	0,002127	0,000460	0,001666	0,001662	0,781
54	0,003368	0,003204	0,720	0,002307	0,000499	0,001808	0,001804	0,782
55	0,003397	0,003500	0,700	0,002450	0,000487	0,001962	0,001953	0,797

Tabelle 4. (Frauen) Fortsetzung

	1	2	3	4	5	6	7	8
Alter	q_y^a, roh	$q_y^a, \text{ausgegl.}$	f_y	$f_y q_y^a$	s_y^a	\bar{q}_y^a, roh	\bar{q}_y^a	7/4
56	0,003839	0,003857	0,680	0,002623	0,000522	0,002101	0,002108	0,804
57	0,004226	0,004279	0,660	0,002824	0,000562	0,002262	0,002276	0,806
58	0,004824	0,004747	0,640	0,003038	0,000546	0,002492	0,002456	0,809
59	0,005273	0,005194	0,620	0,003220	0,000579	0,002641	0,002633	0,818
60	0,005561	0,005629	0,600	0,003377	0,000565	0,002813	0,002830	0,838
61	0,006108	0,006138	0,600	0,003683	0,000616	0,003067	0,003083	0,837
62	0,006820	0,006741	0,600	0,004045	0,000610	0,003435	0,003406	0,842
63	0,007376	0,007428	0,600	0,004456	0,000672	0,003784	0,003797	0,852
64	0,008222	0,008263	0,600	0,004958	0,000658	0,004300	0,004285	0,864
65	0,009313	0,009271	0,600	0,005563	0,000739	0,004824	0,004884	0,878
66	0,010372	0,010424	0,615	0,006411	0,000781	0,005630	0,005629	0,878
67	0,011595	0,011742	0,630	0,007398	0,000881	0,006517	0,006475	0,875
68	0,013447	0,013191	0,645	0,008508	0,001109	0,007399	0,007377	0,867
69	0,014516	0,014594	0,660	0,009632	0,001282	0,008350	0,008338	0,866
70	0,016276	0,015954	0,675	0,010769	0,001351	0,009418	0,009379	0,871
71	0,017491	0,017228	0,690	0,011887	0,001325	0,010562	0,010529	0,886
72	0,018424	0,018561	0,705	0,013086	0,001244	0,011842	0,011845	0,905
73	0,020007	0,020279	0,720	0,014601	0,001272	0,013328	0,013407	0,918
74	0,022610	0,022589	0,735	0,016603	0,001348	0,015255	0,015298	0,921
75	0,025365	0,025454	0,750	0,019091	0,001473	0,017618	0,017511	0,917
76	0,029292	0,028860	0,750	0,021645	0,001602	0,020043	0,019995	0,924
77	0,032361	0,032713	0,750	0,024534	0,001743	0,022792	0,022809	0,930
78	0,037655	0,037276	0,750	0,027957	0,001908	0,026049	0,026061	0,932
79	0,042039	0,042535	0,750	0,031901	0,002109	0,029792	0,029844	0,936
80	0,048984	0,048763	0,750	0,036572	0,002364	0,034208	0,034237	0,936
81	0,055744	0,055881	0,750	0,041911	0,002669	0,039242	0,039277	0,937
82	0,064067	0,063956	0,750	0,047967	0,003025	0,044942	0,044981	0,938
83	0,072582	0,072973	0,750	0,054730	0,003430	0,051300	0,051342	0,938
84	0,083307	0,082975	0,750	0,062231	0,003893	0,058339	0,058326	0,937
85	0,093540	0,093832	0,750	0,070374	0,004457	0,065917	0,065881	0,936
86	0,105065	0,105539	0,750	0,079155	0,005142	0,074013	0,073958	0,934
87	0,117726	0,118000	0,750	0,088500	0,005996	0,082504	0,082525	0,932
88	0,131338	0,130981	0,750	0,098236	0,006999	0,091237	0,091566	0,932
89	0,145771	0,144190	0,750	0,108143	0,008216	0,099927	0,101059	0,934
90		0,161290	0,750	0,120967	0,009760	0,111207	0,110913	0,917
91		0,177689	0,750	0,133267	0,011746	0,121521	0,120840	0,907
92		0,194958	0,750	0,146219	0,014259	0,131959	0,130591	0,893
93		0,213035	0,750	0,159776	0,017560	0,142216	0,139987	0,876
94		0,231842	0,750	0,173881	0,023336	0,150545	0,148950	0,857
95		0,251290	0,750	0,188467	0,025294	0,163174	0,157520	0,836
96		0,271277	0,750	0,203458	0,048325	0,155133	0,165792	0,815
97		0,291690	0,750	0,218767	0,051961	0,166806	0,174001	0,795
98		0,312407	0,750	0,234305	0,055652	0,178653	0,182224	0,778
99		0,333300	0,750	0,249975	0,059374	0,190602	0,190467	0,762
100		0,354238	0,750	0,265679	0,063103	0,202575	0,198722	0,748
101		0,375086	0,750	0,281315			0,210417	0,748
102		0,395711	0,750	0,296783			0,221987	0,748
103		0,415984	0,750	0,311988			0,233360	0,748
104		0,435779	0,750	0,326835			0,244465	0,748
105		0,454981	0,750	0,341236			0,255237	0,748
106		0,473480	0,750	0,355110			0,265614	0,748
107		0,491179	0,750	0,368384			0,275543	0,748
108		0,507990	0,750	0,380993			0,284974	0,748
109		0,523836	0,750	0,392877			0,293863	0,748
110		0,538652	0,750	0,403989			0,302175	0,748

Tabelle 5. Grundtafel

Männer

Alter	Generationen- tafel 1955	Grundtafel 1955	Alter	Generationen- tafel 1955	Grundtafel 1955
0	0,032485	0,000113	56	0,004274	0,004274
1	0,001292	0,000113	57	0,004676	0,004676
2	0,000815	0,000113	58	0,005065	0,005065
3	0,000563	0,000113	59	0,005422	0,005422
4	0,000381	0,000113	60	0,005755	0,005755
5	0,000265	0,000113	61	0,006102	0,006102
6	0,000204	0,000113	62	0,006496	0,006496
7	0,000171	0,000113	63	0,006971	0,006971
8	0,000153	0,000113	64	0,007557	0,007557
9	0,000140	0,000113	65	0,008293	0,008293
10	0,000129	0,000113	66	0,009178	0,009178
11	0,000120	0,000113	67	0,010137	0,010137
12	0,000113	0,000113	68	0,011123	0,011123
13	0,000114	0,000114	69	0,012169	0,012169
14	0,000133	0,000133	70	0,013316	0,013316
15	0,000175	0,000175	71	0,014649	0,014649
16	0,000235	0,000235	72	0,016198	0,016198
17	0,000309	0,000309	73	0,018056	0,018056
18	0,000385	0,000385	74	0,020216	0,020216
19	0,000447	0,000447	75	0,022646	0,022646
20	0,000511	0,000511	76	0,025415	0,025415
21	0,000617	0,000617	77	0,028511	0,028511
22	0,000777	0,000777	78	0,031762	0,031762
23	0,000837	0,000786	79	0,035470	0,035470
24	0,000832	0,000795	80	0,039770	0,039770
25	0,000820	0,000804	81	0,044321	0,044321
26	0,000813	0,000813	82	0,049230	0,049230
27	0,000814	0,000814	83	0,054540	0,054540
28	0,000832	0,000832	84	0,060227	0,060227
29	0,000863	0,000863	85	0,066281	0,066281
30	0,000894	0,000894	86	0,072418	0,072418
31	0,000934	0,000934	87	0,078658	0,078658
32	0,000994	0,000994	88	0,085141	0,085141
33	0,001063	0,001063	89	0,091502	0,091502
34	0,001109	0,001109	90	0,098056	0,098056
35	0,001126	0,001112	91	0,104216	0,104216
36	0,001123	0,001115	92	0,110010	0,110010
37	0,001118	0,001118	93	0,115695	0,115695
38	0,001121	0,001121	94	0,121466	0,121466
39	0,001145	0,001145	95	0,127386	0,127386
40	0,001198	0,001198	96	0,133438	0,133438
41	0,001280	0,001280	97	0,139580	0,139580
42	0,001394	0,001394	98	0,145758	0,145758
43	0,001521	0,001521	99	0,151914	0,151914
44	0,001676	0,001676	100	0,158012	0,158012
45	0,001864	0,001864	101	0,164479	0,164479
46	0,002039	0,002039	102	0,170732	0,170732
47	0,002201	0,002201	103	0,176740	0,176740
48	0,002356	0,002356	104	0,182474	0,182474
49	0,002516	0,002516	105	0,187907	0,187907
50	0,002677	0,002677	106	0,193017	0,193017
51	0,002831	0,002831	107	0,197785	0,197785
52	0,003016	0,003016	108	0,202193	0,202193
53	0,003258	0,003258	109	0,206228	0,206228
54	0,003555	0,003555	110	0,209878	0,209878
55	0,003900	0,003900			

Frauen

Alter	Generationen- tafel 1955	Grundtafel 1955	Alter	Generationen- tafel 1955	Grundtafel 1955
0	0,023984	0,000059	56	0,001670	0,001670
1	0,000755	0,000059	57	0,001766	0,001766
2	0,000465	0,000059	58	0,001866	0,001866
3	0,000314	0,000059	59	0,001958	0,001958
4	0,000217	0,000059	60	0,002060	0,002060
5	0,000158	0,000059	61	0,002199	0,002199
6	0,000129	0,000059	62	0,002383	0,002383
7	0,000116	0,000059	63	0,002605	0,002605
8	0,000104	0,000059	64	0,002885	0,002885
9	0,000092	0,000059	65	0,003237	0,003237
10	0,000081	0,000059	66	0,003661	0,003661
11	0,000071	0,000059	67	0,004141	0,004141
12	0,000063	0,000059	68	0,004637	0,004637
13	0,000059	0,000059	69	0,005146	0,005146
14	0,000059	0,000059	70	0,005698	0,005698
15	0,000068	0,000068	71	0,006302	0,006302
16	0,000085	0,000085	72	0,006994	0,006994
17	0,000110	0,000110	73	0,007848	0,007848
18	0,000138	0,000110	74	0,008890	0,008890
19	0,000158	0,000110	75	0,010066	0,010066
20	0,000165	0,000111	76	0,011504	0,011504
21	0,000160	0,000111	77	0,013200	0,013200
22	0,000154	0,000111	78	0,015135	0,015135
23	0,000148	0,000112	79	0,017388	0,017388
24	0,000139	0,000112	80	0,020117	0,020117
25	0,000127	0,000112	81	0,023237	0,023237
26	0,000117	0,000112	82	0,026740	0,026740
27	0,000113	0,000113	83	0,030737	0,030737
28	0,000118	0,000118	84	0,035271	0,035271
29	0,000143	0,000143	85	0,040263	0,040263
30	0,000202	0,000202	86	0,045997	0,045997
31	0,000297	0,000297	87	0,052428	0,052428
32	0,000357	0,000357	88	0,059507	0,059507
33	0,000386	0,000386	89	0,067171	0,067171
34	0,000404	0,000404	90	0,075313	0,075313
35	0,000425	0,000425	91	0,083869	0,083869
36	0,000449	0,000449	92	0,092315	0,092315
37	0,000475	0,000475	93	0,100693	0,100693
38	0,000507	0,000507	94	0,108900	0,108900
39	0,000553	0,000553	95	0,116909	0,116909
40	0,000622	0,000622	96	0,124725	0,124725
41	0,000713	0,000713	97	0,132466	0,132466
42	0,000790	0,000790	98	0,140118	0,140118
43	0,000857	0,000857	99	0,147629	0,147629
44	0,000929	0,000929	100	0,154934	0,154934
45	0,001018	0,001018	101	0,163311	0,163311
46	0,001117	0,001117	102	0,171514	0,171514
47	0,001177	0,001177	103	0,179486	0,179486
48	0,001202	0,001202	104	0,187179	0,187179
49	0,001212	0,001212	105	0,194544	0,194544
50	0,001231	0,001231	106	0,201540	0,201540
51	0,001266	0,001266	107	0,208129	0,208129
52	0,001324	0,001324	108	0,214281	0,214281
53	0,001403	0,001403	109	0,219967	0,219967
54	0,001491	0,001491	110	0,225167	0,225167
55	0,001581	0,001581			

Tabelle 6. Altersverschiebung (Männer)

ungerundet				gerundet		
Geburts- jahr	Alters- verschiebung	Geburts- jahr	Alters- verschiebung	Geburtsjahr von	bis	Alters- verschiebung
1900	6,930	1955	0,000	1900	1906	7
1901	6,783	1956	-0,132	1907	1910	6
1902	6,709	1957	-0,264	1911	1913	5
1903	6,674	1958	-0,397	1914	1920	4
1904	6,651	1959	-0,532	1921	1934	3
1905	6,613	1960	-0,666	1935	1943	2
1906	6,531	1961	-0,800	1944	1951	1
1907	6,387	1962	-0,934	1952	1958	0
1908	6,167	1963	-1,069	1959	1966	-1
1909	5,867	1964	-1,204	1967	1973	-2
1910	5,515	1965	-1,338	1974	1981	-3
1911	5,155	1966	-1,472	1982	1988	-4
1912	4,810	1967	-1,607	1989	1996	-5
1913	4,509	1968	-1,741	1997	2003	-6
1914	4,255	1969	-1,875	2004	2010	-7
1915	4,099	1970	-2,009			
1916	3,961	1971	-2,142			
1917	3,836	1972	-2,276			
1918	3,722	1973	-2,409			
1919	3,619	1974	-2,542			
1920	3,526	1975	-2,674			
1921	3,433	1976	-2,807			
1922	3,342	1977	-2,939			
1923	3,258	1978	-3,072			
1924	3,185	1979	-3,204			
1925	3,121	1980	-3,336			
1926	3,065	1981	-3,468			
1927	3,014	1982	-3,600			
1928	2,960	1983	-3,731			
1929	2,897	1984	-3,863			
1930	2,824	1985	-3,995			
1931	2,744	1986	-4,127			
1932	2,667	1987	-4,259			
1933	2,598	1988	-4,391			
1934	2,542	1989	-4,523			
1935	2,495	1990	-4,655			
1936	2,376	1991	-4,787			
1937	2,255	1992	-4,919			
1938	2,135	1993	-5,053			
1939	2,014	1994	-5,186			
1940	1,893	1995	-5,319			
1941	1,771	1996	-5,453			
1942	1,649	1997	-5,587			
1943	1,527	1998	-5,722			
1944	1,404	1999	-5,858			
1945	1,280	2000	-5,994			
1946	1,155	2001	-6,131			
1947	1,030	2002	-6,269			
1948	0,904	2003	-6,408			
1949	0,778	2004	-6,548			
1950	0,650	2005	-6,688			
1951	0,522	2006	-6,830			
1952	0,393	2007	-6,972			
1953	0,263	2008	-7,114			
1954	0,132	2009	-7,257			
		2010	-7,400			

Tabelle 6. Altersverschiebung (Frauen)

ungerundet		gerundet				
Geburts-jahr	Alters-verschiebung	Geburts-jahr	Alters-verschiebung	Geburtsjahr von	bis	Alters-verschiebung
1900	5,687	1955	0,000	1900	1902	6
1901	5,652	1956	-0,166	1903	1907	5
1902	5,590	1957	-0,336	1908	1930	4
1903	5,486	1958	-0,509	1931	1938	3
1904	5,328	1959	-0,685	1939	1945	2
1905	5,112	1960	-0,863	1946	1951	1
1906	4,871	1961	-1,042	1952	1957	0
1907	4,644	1962	-1,222	1958	1963	-1
1908	4,448	1963	-1,404	1964	1968	-2
1909	4,302	1964	-1,588	1969	1974	-3
1910	4,212	1965	-1,773	1975	1978	-4
1911	4,167	1966	-1,960	1979	1983	-5
1912	4,152	1967	-2,148	1984	1987	-6
1913	4,151	1968	-2,337	1988	1991	-7
1914	4,151	1969	-2,527	1992	1996	-8
1915	4,096	1970	-2,718	1997	2000	-9
1916	4,042	1971	-2,912	2001	2004	-10
1917	3,993	1972	-3,104	2005	2009	-11
1918	3,950	1973	-3,297	2010	2010	-12
1919	3,913	1974	-3,493			
1920	3,882	1975	-3,689			
1921	3,852	1976	-3,888			
1922	3,821	1977	-4,088			
1923	3,792	1978	-4,293			
1924	3,768	1979	-4,506			
1925	3,747	1980	-4,743			
1926	3,723	1981	-5,005			
1927	3,694	1982	-5,232			
1928	3,655	1983	-5,465			
1929	3,595	1984	-5,731			
1930	3,511	1985	-5,954			
1931	3,413	1986	-6,173			
1932	3,311	1987	-6,406			
1933	3,214	1988	-6,667			
1934	3,126	1989	-6,886			
1935	3,050	1990	-7,098			
1936	2,904	1991	-7,320			
1937	2,758	1992	-7,583			
1938	2,612	1993	-7,810			
1939	2,464	1994	-8,022			
1940	2,317	1995	-8,234			
1941	2,169	1996	-8,456			
1942	2,021	1997	-8,714			
1943	1,871	1998	-8,953			
1944	1,721	1999	-9,167			
1945	1,570	2000	-9,380			
1946	1,419	2001	-9,594			
1947	1,266	2002	-9,816			
1948	1,113	2003	-10,070			
1949	0,958	2004	-10,315			
1950	0,802	2005	-10,529			
1951	0,645	2006	-10,741			
1952	0,487	2007	-10,954			
1953	0,327	2008	-11,172			
1954	0,165	2009	-11,412			
		2010	-11,664			

Tabelle 7. Nettoprämien – Vergleich mit der Sterbetafel 1987.R (Männer)

Nettoprämien in DM für 1 DM vorschüssige Jahresrente

	1	2	3			4	
	1987 R	1987 R	DAV 1984 R	3 in % von 1	3 in % von 2	DAV 1984 R mit Altersverschlebung	4 in % von 3
	3,5%	4%	4%			4%	
sofortbeginnende Rente							
Beginn 1995							
Rentenbeginnalter 60 (Geb.jahr 1935)							
Nettoeinmalprämie	13,654	13,067	15,304	112,1%	117,1%	15,439	100,9%
Rentenbeginnalter 65 (Geb.jahr 1930)							
Nettoeinmalprämie	11,721	11,287	13,458	114,8%	119,2%	13,393	99,5%
Beginn 2005							
Rentenbeginnalter 60 (Geb.jahr 1945)							
Nettoeinmalprämie	14,037	13,416	15,692	111,8%	117,0%	15,754	100,4%
Rentenbeginnalter 65 (Geb.jahr 1940)							
Nettoeinmalprämie	11,721	11,287	13,863	118,3%	122,8%	13,747	99,2%
aufgeschobene Rente							
Beginn 1995							
Rentenbeginnalter 60							
Aufschubzeit 20 Jahre (Geb.jahr 1955, Beitrittsalter 40)							
Nettoeinmalprämie	6,354	5,515	6,925	109,0%	125,6%	6,925	100,0%
Nettojahresprämie	0,445	0,401	0,498	111,9%	124,2%	0,498	100,0%
Aufschubzeit 30 Jahre (Geb.jahr 1965, Beitrittsalter 30)							
Nettoeinmalprämie	4,601	3,801	4,787	104,0%	125,9%	4,737	99,0%
Nettojahresprämie	0,248	0,216	0,270	108,9%	125,0%	0,267	98,9%
Rentenbeginnalter 65							
Aufschubzeit 20 Jahre (Geb.jahr 1950, Beitrittsalter 45)							
Nettoeinmalprämie	5,158	4,505	5,946	115,3%	132,0%	5,885	99,0%
Nettojahresprämie	0,367	0,333	0,432	117,7%	129,7%	0,427	98,8%
Aufschubzeit 30 Jahre (Geb.jahr 1960, Beitrittsalter 35)							
Nettoeinmalprämie	3,759	3,125	4,132	109,9%	132,2%	4,170	100,9%
Nettojahresprämie	0,205	0,180	0,234	114,1%	130,0%	0,237	101,3%

Tabelle 7. Nettoprämien – Vergleich mit der Sterbetafel 1987 R (Frauen)

Nettoprämien in DM für 1 DM vorschüssige Jahresrente

	1	2	3			4	
	1987 R	1987 R	DAV			DAV 1994 R mit	
	3,5%	4%	1994 R	3 in % von 1	3 in % von 2	Altersverschiebung	4 in % von 3
			4%			4%	
sofortbeginnende Rente							
Beginn 1995							
Rentenbeginnalter 60 (Geb.jahr 1935)							
Nettoeinmalprämie	16,575	15,729	17,096	103,1%	108,7%	16,951	99,2%
Rentenbeginnalter 65 (Geb.jahr 1930)							
Nettoeinmalprämie	14,225	13,612	15,261	107,3%	112,1%	14,913	97,7%
Beginn 2005							
Rentenbeginnalter 60 (Geb.jahr 1945)							
Nettoeinmalprämie	16,939	16,053	17,490	103,3%	109,0%	17,260	98,7%
Rentenbeginnalter 65 (Geb.jahr 1940)							
Nettoeinmalprämie	14,637	13,987	15,704	107,3%	112,3%	15,625	99,5%
aufgeschobene Rente							
Beginn 1995							
Rentenbeginnalter 60							
Aufschubzeit 20 Jahre (Geb.jahr 1955, Beitrittsalter 40)							
Nettoeinmalprämie	8,131	6,998	7,944	97,7%	113,5%	7,944	100,0%
Nettojahresprämie	0,560	0,502	0,567	101,3%	112,9%	0,567	100,0%
Aufschubzeit 30 Jahre (Geb.jahr 1965, Beitrittsalter 30)							
Nettoeinmalprämie	5,861	4,801	5,476	93,4%	114,1%	5,529	101,0%
Nettojahresprämie	0,312	0,270	0,306	98,1%	113,3%	0,309	101,0%
Rentenbeginnalter 65							
Aufschubzeit 20 Jahre (Geb.jahr 1950, Beitrittsalter 45)							
Nettoeinmalprämie	7,060	6,118	7,085	100,4%	115,8%	7,033	99,3%
Nettojahresprämie	0,490	0,441	0,507	103,5%	115,0%	0,503	99,2%
Aufschubzeit 30 Jahre (Geb.jahr 1960, Beitrittsalter 35)							
Nettoeinmalprämie	5,115	4,218	4,906	95,9%	116,3%	4,940	100,7%
Nettojahresprämie	0,273	0,238	0,275	100,7%	115,5%	0,277	100,7%

Tabelle 8. Nettoprämien – Vergleich mit dem Ausland (Männer)

Nettoprämien in DM für 1 DM vorschüssige Jahresrente												
	absolut					relativ						
	1 Deutschland DAV 1994 R ERM 1990	2 CH 1990	3 GB IM 80 1983 Table a	4 USA Table a	5 Japan	2 in % von 1	3 in % von 1	4 in % von 1	5 in % von 1			
sofortbeginnende Rente												
Rentenbeginnalter 60												
(Geb.jahr 1935)	Nettoeinmalprämie	15,304	15,476	14,403	15,192	14,799	101,1%	94,1%	99,3%	96,7%		
aufgeschobene Rente												
Rentenbeginnalter 60												
Aufschubzeit 20 Jahre												
(Geb.jahr 1955, Beitrittsalter 40)	Nettoeinmalprämie	6,925	6,656	6,190	6,483	6,144	96,1%	89,4%	93,6%	88,7%		
	Nettojahresprämie	0,498	0,479	0,444	0,467	0,446	96,2%	89,2%	93,8%	89,5%		
Aufschubzeit 30 Jahre												
(Geb.jahr 1965, Beitrittsalter 30)	Nettoeinmalprämie	4,787	4,458	4,162	4,346	4,105	93,1%	86,9%	90,8%	85,7%		
	Nettojahresprämie	0,270	0,252	0,234	0,245	0,233	93,2%	86,7%	90,9%	86,3%		
Rentenbeginnalter 65												
Aufschubzeit 20 Jahre												
(Geb.jahr 1950, Beitrittsalter 45)	Nettoeinmalprämie	5,946	5,745	5,177	5,555	5,110	96,6%	87,1%	93,4%	85,9%		
	Nettojahresprämie	0,432	0,417	0,376	0,405	0,376	96,5%	87,0%	93,7%	87,1%		
Aufschubzeit 30 Jahre												
(Geb.jahr 1960, Beitrittsalter 35)	Nettoeinmalprämie	4,132	3,835	3,470	3,713	3,396	92,8%	84,0%	89,9%	82,2%		
	Nettojahresprämie	0,234	0,218	0,197	0,211	0,195	93,2%	84,0%	90,2%	83,3%		

Tabelle 8. Nettoprämien – Vergleich mit dem Ausland (Frauen)

<p>Beginn 1995 Rechnungszins 4% Nettoprämien in DM für 1 DM vorschüssige Jahresrente</p>									
	absolut		relativ						
	1	2	3	4	5	2 in % von 1	3 in % von 1	4 in % von 1	5 in % von 1
	Deutschland	CH	GB	USA	Japan	CH	GB	USA	Japan
	DAV 1994 R	ERF 1990	IF 80	1983 Table a					
sofortbeginnende Rente									
Rentenbeginnalter 60									
(Geb. Jahr 1935)	17,096	17,099	15,942	16,761	16,598	100,0%	93,3%	98,0%	97,1%
aufgeschobene Rente									
Rentenbeginnalter 60									
Aufschubzeit 20 Jahre (Geb. Jahr 1955, Beitrittsalter 40)	7,944 0,567	7,579 0,541	7,049 0,503	7,412 0,529	7,217 0,518	95,4%	88,7%	93,3%	90,8%
Nettoeinmalprämie									
Nettojahresprämie									
Nettoeinmalprämie									
Nettojahresprämie									
Aufschubzeit 30 Jahre (Geb. Jahr 1965, Beitrittsalter 30)	5,476 0,306	5,093 0,286	4,746 0,266	4,986 0,279	4,837 0,273	93,0%	86,7%	91,0%	88,3%
Nettoeinmalprämie									
Nettojahresprämie									
Nettoeinmalprämie									
Nettojahresprämie									
Rentenbeginnalter 65									
Aufschubzeit 20 Jahre (Geb. Jahr 1950, Beitrittsalter 45)	7,085 0,507	6,765 0,485	6,124 0,439	6,568 0,471	6,305 0,455	95,5%	86,4%	92,7%	89,0%
Nettoeinmalprämie									
Nettojahresprämie									
Nettoeinmalprämie									
Nettojahresprämie									
Aufschubzeit 30 Jahre (Geb. Jahr 1960, Beitrittsalter 35)	4,906 0,275	4,537 0,255	4,116 0,231	4,412 0,248	4,213 0,239	92,5%	83,9%	89,9%	85,9%
Nettoeinmalprämie									
Nettojahresprämie									
Nettoeinmalprämie									
Nettojahresprämie									