

# Value Averaging

## 1 Grundlegendes Modell

Es wurden 100.000 Aktien-/Indexkurse mittels Brownscher Bewegung (Random Walk) simuliert.

Das mathematische Modell folgt der Formel:

$$S_{i+1} = S_i e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}\zeta_i}$$

Wobei  $\mu$  die erwartete Jahresrendite,  $\sigma$  die Volatilität,  $\Delta t$  die Differenz zwischen zwei Zeitpunkten und  $\zeta_i$  eine Standard Normalverteilte Zufallsvariable ist mit Erwartungswert 0 und Standardabweichung 1. Dies entspricht der typischen Simulierung von Aktienkursen in der Finanzmathematik.

## 2 Modelle und Modellannahmen

Die erwartete Rendite wurde mit 6% p.a. geschätzt, welches  $\mu = \ln(1.06) \approx 0.0583$  entspricht.. Die Volatilität  $\sigma$  wurde mit 20% p.a. geschätzt, welches beides recht konservative Schätzungen sind Für den zweiten Durchlauf würde eine erwartete Jahresrendite von 8% geschätzt, d.h.  $\mu \approx 0,077$  mit Volatilität von 25%. Als Startpreis für die Anlage wurde  $S_0 = 100$  gewählt. Ebenso wurde ein dividendenloses Modell angenommen.

Ein Anleger möchte nun monatlich über einen Zeiraum von 20 Jahren investieren.

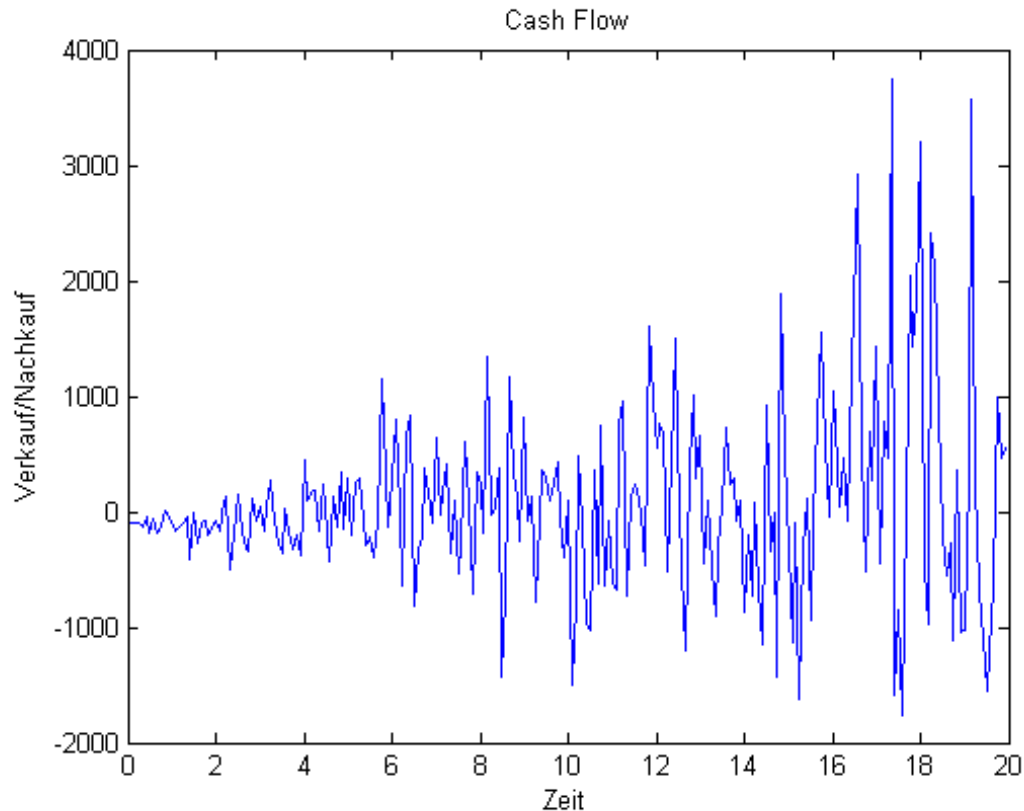
Im Value Averaging Modell wurde angenommen, dass der Anleger über  $24 \cdot 100 = 24.000$  Euro unverzinsten Cash verfügt. Jeden Monat soll der Depotwert um 100 Euro steigen. Das heißt nach 6 Monaten soll der Depotwert 600 Euro betragen. Liegt der Depotwert darunter, werden Anteile dazugekauft, ansonsten entsprechend verkauft. Der Zukauf von Anteilen ist natürlich nur möglich, solange der Anleger noch Geld hat. Sollte der nötige Zukauf das restliche Geld des Anlegers übersteigen, werden nur soviele Anteile wie möglich gekauft.

## 3 Auswertung Value Averaging

In 76,7% der Fälle haben die anfänglichen 24.000 Euro ausreicht um diesem Modell zu folgen. In den 23,3% konnte der Anleger nicht ausreichend Anteile nachkaufen.

Der angegebene Wert unter durchschnittlicher Rendite vergleicht den durchschnittlichen Gewinn der Strategie mit einer festverzinslichen Anlage von 24.000 Euro über 20 Jahre.

	6% Rendite, $\sigma = 20\%$	8% Rendite, $\sigma = 25\%$
Größter Verkauf/Monat	7.550 Euro	9.836 Euro
Größter Nachkauf/Monat	5.537 Euro	7.025 Euro
Verlustwahrscheinlichkeit nach 20 Jahren	14,4%	13,3 %
Durchschnittlicher Gewinn	13.847 Euro	18.313 Euro
Durchschnittliche Rendite	2,3% p.a.	2,88% p.a.
Gewinn-Median	13.951 Euro	18.450 Euro
Standardabweichung	12.572 Euro	15.812 Euro
Größter Gewinn	70.758 Euro	83.621 Euro
Größter Verlust	-21.628 Euro	-23.080 Euro



## 4 Auswertung Sparplan

Der Anleger investiert konsequent 100 Euro pro Monat über 20 Jahre und entnimmt im darauf folgenden Monat das Geld.

Der angegebene Wert unter durchschnittlicher Rendite vergleicht den durchschnittlichen Gewinn der Strategie mit einer festverzinslichen Anlage von 24.000 Euro über 20 Jahre. Wenn nur 100 Euro monatlich neu zur Verfügung stehen, z.B. durch Lohn, dann müsste die festverzinsliche Anlage entsprechend einen Zinssatz von 6% bzw. 8% bieten um auf den durchschnittlichen Gewinn des Sparplans zu gelangen.

In der graphischen Auswertung weiter unten wurde ein Portfolio mit 70% Aktien und 30% risikolosen Anteil betrachtet. Der Risikolose Anteil ist mit 1% p.a. verzinst mit jährlichem Rebalancing.

	6% Rendite, $\sigma = 20\%$	8% Rendite, $\sigma = 25\%$
Verlustwahrscheinlichkeit nach 20 Jahren	20,6%	21,1%
Durchschnittlicher Gewinn	21.381 Euro	33.073 Euro
Durchschnittliche Rendite	3,2% p.a.	4,43% p.a.
Gewinn-Median	13.451 Euro	17.701 Euro
Standardabweichung	30.384 Euro	53.689 Euro
Größter Gewinn	563.714 Euro	1.788.834 Euro
Größter Verlust	-19.366 Euro	-20.598 Euro

## 5 Auswertung Direktinvestment

Der Anleger legt direkt 24.000 Euro an und lässt dieses 20 Jahre liegen.

	6% Rendite, $\sigma = 20\%$	8% Rendite, $\sigma = 25\%$
Verlustwahrscheinlichkeit nach 20 Jahren	18,9%	20,6%
Durchschnittlicher Gewinn	52.733 Euro	87.139 Euro
Durchschnittliche Rendite	5,98% p.a.	7,96% p.a.
Gewinn-Median	27.359 Euro	35.870 Euro
Standardabweichung	84.928 Euro	171.622 Euro
Größter Gewinn	2.214.344 Euro	7.966.511 Euro
Größter Verlust	-23.059 Euro	-23.649 Euro

## 6 Fazit

Mit Value-Averaging konnte zwar das Risiko von Kapitalverlust auf ca. 13% gesenkt werden, allerdings dies auf Kosten der erwarteten Rendite.

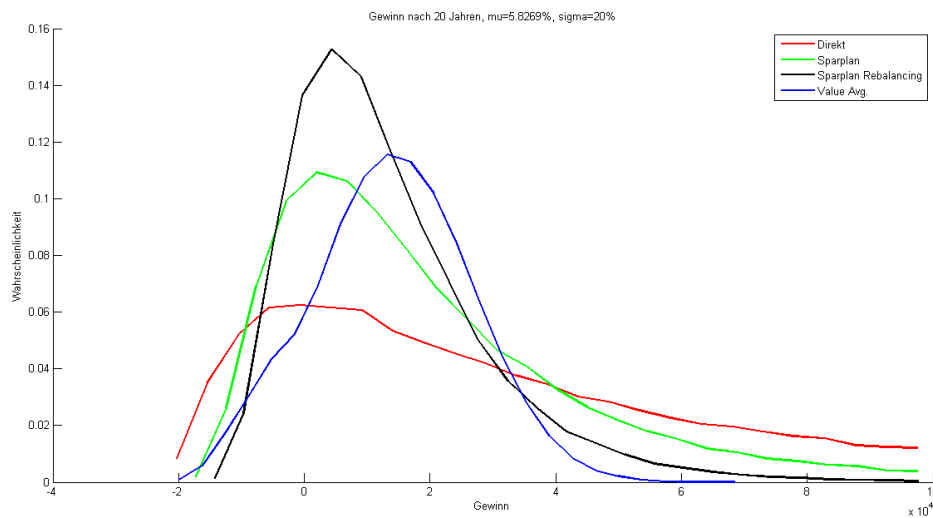
Mit den Annahmen 6% Rendite und  $\sigma = 20\%$  beträgt die Rendite des Value-Averaging im Durchschnitt 13.847 Euro, was 2,3% p.a. entspräche.

Für die Annahme von 8% Rendite,  $\sigma = 25\%$  beträgt der durchschnittliche Gewinn 18.313 Euro, welches 288% p.a. bedeuten würde.

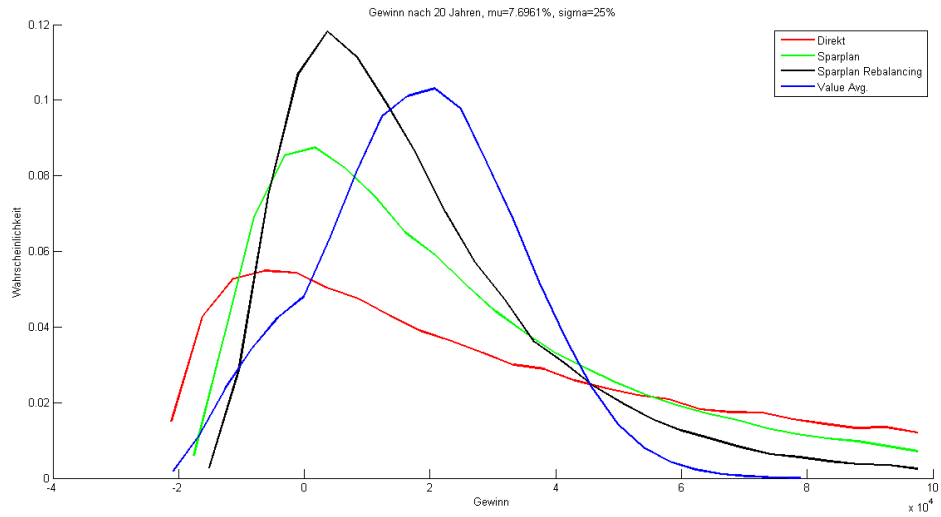
Das Direktinvestment hat die höchste erwartete Rendite, aber auch die stärkste Standardabweichung. Das Risiko eines Kapitalverlusts nach 20 Jahren ist bei einem Sparplan etwas höher als bei einem Direktinvestment.

Da man aber üblicherweise zum Startzeitpunkt nicht das gesamte Kapital von 24.000 Euro zur Verfügung hat, sondern sich dies z.B. erst durch Lohneinkommen generiert, sind die Erkenntnisse hier natürlich nur bedingt Praxis relevant.

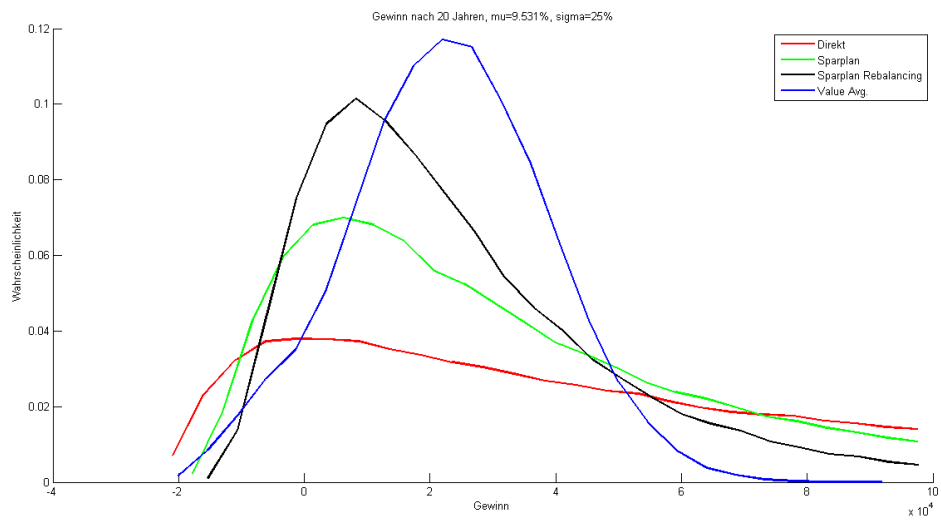
Nachfolgenden sind in die Graphen die geschätzten Wahrscheinlichkeitsfunktionen / Dichtefunktionen für die Gewinne der verschiedenen Strategie aufgetragen. Als Schätzmethode wurden Histogramme mit einer Größe von etwa 4.800 Euro verwendet.



6% Rendite und  $\sigma = 20\%$



8% Rendite und  $\sigma = 25\%$



10% Rendite und  $\sigma = 25\%$